5515

Alexander Ziwet

MANUALI HOEPLI

R. MARCOLONGO
Professore ordinario nella R. Università di Napoli

IL PROBLEMA DEI TRE CORPI

DA NEWTON (1686) AI NOSTRI GIORNI

ULRICO HOEPLI
EDITORE-LIBRAIO DELLA REAL CASA
MILANO

1919

Digitized by Google

PROPRIETÀ LETTERARIA

TIPOGRAFIA SOCIALE — Milano, Via G. Mameli, 15.

Digitized by Google

BEQUEST OF
PROF. ALEXANDER ZIWET.
MATH
6-24-1932

PREFAZIONE

Il presente lavoro ha avuto origine da una lettura che, nell'ottobre 1914, *per gentile invito della Presidenza della Società pel Progresso delle Scienze, avrei dovuto tenere nella riunione di Bari. L'importanza dell'argomento, la mole del lavoro, ed il rinvio di quella riunione, mi consigliarono a presentare il risultato delle mie lunghe e pazienti ricerche alla R. Accademia delle Scienze di Napoli che volle accoglierle nel volume XVI, s.* 2, *delle Memorie. Quasi subito il lavoro fu ristampato nel* Nuovo Cimento, *s.* 6, *v. IX e X. Ora, per la solerzia dell'editore Hoepli, esso vede nuovamente la luce in questa fortunata Collezione di manuali, con qualche aggiunta e modificazione.*

Il lavoro è diviso in sei capitoli: dai titoli stessi il lettore può farsi una idea della divisione della materia. Una ulteriore suddivisione in paragrafi non mi è parsa conveniente; è del resto l'indice degli autori citati, che trovasi in fine del volumetto, permetterà agevolmente di orizzontarsi in un argomento così vasto.

Digitized by Google

Dopo aver dato un rapido cenno dei lavori dei geometri del secolo XVIII, che culminano con una celebre memoria di Lagrange (Cap. I), vengono, con brevi tocchi, esaminati quasi tutti i lavori che furono scritti sull'argomento fino a quelli di Poincaré e di Sundman. L'ultimo capitolo, che è il più esteso, e che è costato studio e fatica non lievi, è riserbato al problema ristretto e a tutte le svariate ricerche, non ancora certamente esaurite, delle soluzioni periodiche.

Il lettore non troverà sviluppi matematici. Corredare, il lavoro di tali sviluppi, con una sintesi armonica e completa, è ancora uno dei miei desideri ardenti; io mi auguro di poterlo fare, se le forze non verranno meno, in tempi più calmi e più propizi per gli studi.

Pur così limitato il lavoro ad una monografia di indole storico-bibliografica, confido possa rendere qualche servigio agli studiosi.

Napoli, giugno 1918.

ROBERTO MARCOLONGO.

Digitized by Google

INDICE

pag.

INTRODUZIONE 1

CAPITOLO I. — Lavori dei geometri del secolo XVIII 6

» II. — Riduzione delle equazioni differenziali all'ordine minimo 27

» III. — Problema degli n corpi. Casi particolari 42

» IV. — Integrali algebrici ed uniformi del problema degli n corpi 55

« V. — Soluzioni approssimate per serie infinite; per serie trigonometriche. Ricerche di Sundman 61

« VI. — Il problema ristretto dei tre corpi. Soluzioni periodiche. 92

Elenco degli autori citati 163

Digitized by Google

Digitized by Google

INTRODUZIONE

I matematici che alla metà del secolo XVIII cercarono di approfondire lo studio del moto dei corpi celesti, seguendo NEWTON, fondandosi cioè sulla legge di gravitazione, si trovarono naturalmente condotti al problema del moto di tre punti materiali che si attraggono secondo la legge di Newton e che fu subito conosciuto col nome di *problema dei tre corpi*.

Divenuto presto celebre per le immense difficoltà che presentò agli investigatori; oggetto di speculazione, di lunghe e faticose ricerche di tutti i sommi matematici ed astronomi da CLAIRAUT a quelli dei nostri giorni; proposto numerose volte come tema di concorso dalle principali Accademie del mondo, esso ha superato per fama, per importanza, per l'immenso campo di applicazioni, i più classici problemi dell'antichità. La sua storia è gran parte di quella dei metodi della Meccanica,

Digitized by Google

dell'Astronomia moderna e, si può anche dire, dell'Analisi.

Il problema dei tre corpi è il problema classico dei tempi moderni; e già da molti anni e prima ancora dei lavori di POINCARÉ, il GYLDÉN osservava che esso non si sarebbe risolto con un colpo di bacchetta magica; ma seguendo un sentiero in cui ogni passo avrebbe presentato gravi difficoltà (1). Tale sentiero non è ancora riescito alla sommità della vetta. Dopo più di un secolo e mezzo di studi; dopo le ricerche di POINCARÉ e i lavori del SUNDMAN, che hanno condotto ad una soluzione generale, ma totalmente analitica; resta ancora aperto un largo campo di investigazioni agli sforzi dei matematici.

Tuttavia non sembra inutile riassumere, raccogliere in un quadro unico tutte le ricerche fino ad ora fatte, per avere almeno un'idea pallida di un immenso lavoro che ha trasformato la Meccanica celeste e per comprendere quali altri problemi nuovi attendano ancora la soluzione. Non sembra inutile sopratutto ora che il grandioso edificio del POINCARÉ si è completato colla pubblicazione delle opere matematiche ed astronomiche di HILL, DARWIN, dei trattati del TISSERAND, del WHITTAKER, del BROWN, del MOULTON e comincia

(1) H. GYLDÉN, *Eine Annäherungsmethode im Problem der drei Körper* [Acta Mathem., Bd. 1, pp. 77-92 (1882); vedi pag. 80].

Digitized by Google

forse un periodo di sosta e di raccoglimento; un periodo in cui si dovrà perfezionare l'opera dei grandi maestri da poco scomparsi.

Il cómpito non è facile, sopratutto per le mie forze; chè la sola parte bibliografica comprende certamente più di un migliaio tra memorie e trattati. E se la via può essere agevolata da lavori congeneri anteriori, da recensioni, da rapporti che numerosi e illustri autori, da GAUTIER (1817) a LAPLACE, a CAYLEY, a WHITTAKER, a LOVETT (1911) (2) hanno fatto per determinati periodi;

---

(2) Tra coloro che si sono occupati della storia del problema dei tre corpi e dei cui lavori ci siamo giovati, citiamo:

A. GAUTIER, *Essai historique sur le problème des trois corps ou Dissertation sur la théorie des mouvemens de la lune et des planètes, abstraction faite de leur figure*, par A. Gautier, de Genève, licencié ès - lettres et docteur ès - sciences de l'Académie de Paris, pp. I-XII, 1-233; 1817.

P. S. LAPLACE, *Mécanique céleste*, t. 5 (1827).

A. CAYLEY, *Report on the Progress of the Solution of certain special Problems of Dynamics* [Report of the British Assoc. for the Advancement of Science, 1862, pp. 184-252; Collected Mathem. Papers, v. 4, pp. 513-593].

A. SEYDLER, *Historicky rozvoj problemu tří těles* [Časopsis pro pěstovani Mathematiky a Fysiky, v. 15, pp. 7, 75, 102 (1886)].

E. KULLRICH, *Zur Geschichte des mathematischen Dreikörperproblemes* [Inaug. Dissert., Halle, 1891].

G. W. HILL, *Remarks on the Progress of Celestial Mechanics since the middle of the Century* [Bull. American Mathem. Society, v. 2, pp. 125-136 (1896); Collected Works, v. 4, pp. 99-110].

Digitized by Google

essa è sempre ardua ancora e malagevole, quando non si voglia fare un semplice elenco bibliografico, ma si cerchi di aggruppare, comparare ricerche diverse e numerose ed esporre in breve la parte che ognuno ha avuto nella costruzione di un edificio ancor non completo, ma già monumentale.

E. T. WHITTAKER, *Report on the Progress of the Solution of the Problem of Three Bodies* [Report of the British Assoc., 1889. pp. 121-160].

A. HALL, *The Problem of Three Bodies* [The Astronomical Journal, v. 21, pp. 113-114 (1901)].

E. W. BROWN, *Modern Methods in treating Dynamical Pro blems and in particular the Problem of Three Bodies* [Bull. American Mathem. Society, s. 2, v. 8, pp. 103-113 (1901)].

Periodicites in the Solar System [Proceedings of the Fifth International Congress of Mathematicians, Cambridge 1912; v. 1, pp. 81-92 (1913)].

K. SCHWARZSCHILD, *Ueber Himmelsmechanik* [Jahresbericht der deutschen Mathem. Verein., Bd. 13, pp. 145-156 (1904)].

E. O. LOVETT, *The Problem of several Bodies: Recent Progress in its Solutions* [Science, New Series, v. 24, pp. 81-91 (1909)].

Generalisations of the Problem of several Bodies, its Inversion and an Introductory account of recent Progress in its Solutions [Quarterly Journal of Pure and Applied Mathematics, v. 42, pp. 252-315 (1911)].

F. R. MOULTON, *On Certain Rigorous Methods in treating Problems in Celestial Mechanics* [The University of Chicago; The Decennial Pubblic., v. 8, pp. 119-143 (1904)]. *An Introduction to Celestial Mechanics*, 1903; 2. edit. 1914. *The Problem of Three Bodies* [Popular Astronomy, v. 22; n.° 4, 1914].

Una buona fonte bibliografica è il 2° volume dell'opera d J. C. HOUZEAU (1820-1887) e A. LANCASTER: *Bibliographie*

Digitized by Google

Mi accingo dunque al lavoro fidando, più che su di me, sulla indulgenza e la bontà del lettore (3).

---

générale de l'astronomie ou Catalogue méthodique des Ouvrages, des Mémoires et des Observations astronomiques pubbliés depuis l'origine de l'imprimerie jusqu'en 1880. 2° volume. Bruxelles 1882; colon. 539-569.

(3) Non pensi il lettore di trovare nel presente lavoro una completa bibliografia sul problema dei tre corpi. Ci vorrebbe altro! Di più, ci siamo limitati al solo problema classico; non entrano quindi nel quadro del lavoro: le ricerche sul problema dei due corpi; quelle dei tre corpi di cui due sono fissi; il problema di BERTRAND; quello delle masse variabili.

Digitized by Google

CAPITOLO I.

Lavori dei geometri del secolo XVIII

In alcune proposizioni degli immortali *Principî* (1686), NEWTON (1642-1727) ha iniziato lo studio, puramente qualitativo, del problema dei tre corpi, accennando alla variazione che subisce, per effetto dell'attrazione di un terzo corpo, la legge delle aree e la traiettoria ellittica di un primo corpo rispetto al secondo nel problema kepleriano dei due corpi (4). Posteriormente, rivolgendo le sue investigazioni ad un caso particolare del problema

(4) *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, Lib. I, Prop. 66 e 69. Di quest'opera somma furono fatte, vivente NEWTON, tre edizioni: quella del 1687; del 1713 (curata da COTES); del 1726 (curata da PEMBERTON). La seconda edizione fu ristampata ad Amsterdam nel 1714 e poi nel 1723 ed è a questa che ci riferiamo. Nel 1729 A. MOTTE ne fece una traduzione inglese; e nel 1759 fu pubblicata da CLAIRAUT quella francese di M.me la MARQUISE DU CHASTELLET.

Com'è noto, NEWTON presentò la sua opera alla società

Digitized by Google

dei tre corpi, cioè al moto della luna, ha cercato, applicando per la prima volta il metodo delle approssimazioni ai grandiosi problemi della meccanica celeste, di dare una teoria delle varie ineguaglianze lunari; teoria che LAPLACE giudica una delle parti più profonde dell'opera di NEWTON (5). Essa riguarda quella ineguaglianza periodica della longitudine detta variazione; il moto del nodo ascendente; la variazione dell'inclinazione e finalmente il moto medio dell'apogeo. Il metodo geometrico, esclusivamente adoperato da NEWTON, tradotto in formole, conduce facilmente alle note equazioni differenziali del moto lunare, come ha mostrato LAPLACE; inoltre il confronto fra i risultati forniti in prima approssimaziome dal calcolo, coincidevano abbastanza bene con quelli delle osservazioni di TYCHO-BRAHE (1546-1601); meno che pel moto dell'apogeo, pel quale NEWTON, senza entrare in molti particolari sul metodo seguìto, diè un risultato metà del vero (6). Sembra peraltro accertato che egli tornò sull'argomento

---

Reale di Londra nel maggio 1686; e la prefazione porta appunto la data dell'8 maggio. Essa poi uscì effettivamente stampata nell'estate dell'anno successivo.

(5) Un sunto di questa teoria, senza sviluppo di dimostrazioni, comparve nel 1702 nell'opera di D. GREGORY: *D. Gregorii Astronomiae Physicae et Geometricae Elementa;* poi nell'edizione dei Principii del 1713.

(6) *Philos. natur.*, Lib. I, Prop. 45ª, coroll. 2°.

Digitized by Google

spingendo più oltre l'approssimaziome, trovando pel moto medio annuo dell'apogeo un valore sufficientemente esatto, senza nulla pubblicare delle sue ulteriori ricerche (7).

In fondo adunque già nel libro dei Principii si delineano le due grandi strade che percorreranno i successori: lo studio diretto e generale del nostro problema; la ricerca di soluzioni approssimate atte a render conto dei moti dei corpi celesti e a fornire quindi una verifica grandiosa del principio della gravitazione universale.

Ma gli immediati successori di NEWTON, specialmente inglesi, poco o nulla aggiunsero alla grande opera, limitandosi a commentarla e ad esporne in forma piana i punti fondamentali (8).

Soltanto alla metà del secolo XVIII, CLAIRAUT

---

(7) Così almeno risulta dalla prefazione di ADAMS e STOKES al *Catalogue of the Portsmouth Collection of Books and Papers, written by, or belonging to, Sir* ISAAC NEWTON, *the Scientific Portion of which has been presented by the Earl of Portsmouth to the University of Cambridge.* Univ. Press, Cambridg 1888. Contiene gran parte delle carte che pervennero, dopo la morte di NEWTON, nelle mani del sig. Conduitt marito di una nipote di NEWTON e da queste forse in quelle di Lord Portsmouth.

(8) Citiamo fra questi:

HENRY PEMPERTON, *A view of Sir Isaac Newton's Philosophy*, 1725; di cui esiste anche una traduzione italiana, *Saggio della filosofia del sig. Cav. Isacco Newton esposto con chiarezza dal sig. Enrico Pemberton* ecc. In Venezia, 1733.

JOHN MACHIN, *The Laws of the Moon's Motion, according*

Digitized by Google

(1713-1765); D'ALEMBERT (1716-1787) ed EULER (1707-1783), in pieno possesso dei metodi del calcolo differenziale, poterono trattare con maggior profondità ed eleganza e relativamente con successo la teoria della luna e quella dei pianeti.

Quasi contemporaneamente (1747) essi presentarono all'Accademia di Parigi tre memorie che riguardano la teoria della luna. EULER si vale, con la solita maestria, dei metodi cartesiani e prettamente analitici; gli altri di metodi parte geometrici e parte analitici; ma in questi primi lavori tutti si spinsero soltanto alla prima approssimazione e nella ipotesi che la forza principale sollecitante il corpo attratto da due altri sia molto superiore alle forze perturbatrici; di guisa che pel moto medio dell'apogeo lunare essi non riusci-

---

to Gravity; che fa parte della edizione inglese dei *Principii* del 1729.

CHARLES LEADBETTER, *Uranoscopia; or, the Contemplation of the Heavens*, 1735. *A complete System of Astronomy*, 1738.

Nè va dimenticato il celebre comento dei dotti padri gesuiti LE SEUR (1703-1770) e JACQUIER (1711-1788), professori alla Sapienza di Roma, ai quali va unito il padre J. L. CALANDRINI, professore a Ginevra, le cui note sono tra le migliori del comento. Il CALANDRINI, citato con onore da CLAIRAUT, ha esposto un metodo proprio per la determinazione del moto dell'apogeo che conduce ad un risultato più grande del vero.

Philosophiae Naturalis Principia Mathematica auctore Isaaco Newton, Equite Aurato, Perpetuis Commentariis communi studio PP. THOMAE LE SEUR et FRANCISCI JACQUIER. Editio ñova, Genevae (1739-1742); 3 vol. Editio altera, Coloniae Allobrogum, 1760.

Digitized by Google

rono che a confermare il valore già dato da NEWTON, metà del vero (9).

Un tal fatto indusse CLAIRAUT a pensare che la legge newtoniana, valida per le attrazioni a grande distanza, dovesse essere modificata coll'aggiunta di un termine complementare inversamente proporzionale alla quarta potenza della distanza e sensibile solamente alle piccole distanze. Ciò diè luogo ad una disputa con BUFFON, il quale sosteneva che le leggi primordiali della natura devono essere della più grande semplicità; che la loro espressione non deve dipendere che da un sol modulo e non contenere quindi che un sol termine; ed impugnava poscia con argomenti diretti —

(9) A. CLAIRAUT, *Du système du monde dans les principes de la gravitation universelle* [Histoire de l'Académie Royale des Sciences. Année 1745 (stampato nel 1749). Paris; lu à l'Ass. pub. le 15 nov. 1747; pp. 329-364]. A pag. 335, CLAIRAUT enuncia il «*problème des trois corps: Trois corps étant donnez avec leurs positions, leurs masses et leurs vitesses, trouver les courbes qu'ils doivent décrire par leur attraction supposée proportionnelle à leur masse et en raison inverse du quarré des distances*».

J. D'ALEMBERT, *Méthode générale pour déterminer les orbites et les mouvements de toutes les planètes, en ayant égard à leur action mutuelle* [Ibidem, pp. 365-390].

La cospicua somma lasciata all'Accademia di Parigi nel 1714 da un magistrato, ROUILLÉ DE MESLAY, permise di fondare due premi annuali pel perfezionamento delle teorie astronomiche e per la ricerca delle longitudini in mare e servì ad eccitare potentemente la emulazione dei grandi geometri del secolo XVIII.

Digitized by Google

non molto concludenti — la legge suggerita da CLAIRAUT (10).

Infine però CLAIRAUT, al principio del 1749, potè annunciare che avendo spinto più oltre l'approssimazione era riuscito a calcolare il valor numerico del secondo termine del moto dell'apogeo e di aver trovato un valore assai prossimo a quello dato dalle osservazioni (11). Questa volta, osserva LAPLACE, il metafisico ebbe ragione di fronte al geometra.

L'esame approfondito dell'opera di questi tre

---

(10) Nello stesso volume della Histoire citato alla nota precedente, si leggono tre memorie di BUFFON a pp. 493, 551, 580: " *Réflexions sur la loi de l'attraction* „; seguite sempre dalle risposte di CLAIRAUT, pp. 529, 578, 583.

Nella prima di queste: *Réponse aux réflexions de M. de Buffon sur la loi de l'Attraction et sur le mouvement des Apsides*, pp. 529-548, CLAIRAUT dice: « Je pense donc qu' avant moi personne n'avait donné de solution du problème connu actuellement sous le nom de Problème des trois corps ».

Questo nome, sorto alla metà del secolo XVIII, è quello che ha sempre ritenuto e con cui esso è costantemente indicato.

(11) *De l'orbite de la lune, en ne négligeant pas les quarrés des quantités de même ordre que les forces perturbatrices* [Histoire de l'Académie Royale des Sciences pour l'année 1748 (stampata nel 1752); pp. 421-440]. Fu presentata all'Accademia il 17 gennaio 1749 e letta il 15 maggio 1752; nella sua seconda risposta a BUFFON, vedi nota precedente, del maggio 1749, CLAIRAUT aveva già annunciato il risultato più importante della memoria.

Digitized by Google

grandi geometri sulla teoria della luna (12) e dei pianeti, e su tutti i grandi problemi della teoria della gravitazione; opera seguita e condotta a un

---

(12) La memoria di CLAIRAUT fu premiata nel 1751 dall'Accademia di Pietrogrado; le sue varie ricerche comparvero nel 1765 in: *Théorie de la lune déduite du seul principe de l'attraction.*

Le ricerche di EULER, dal 1745 al 1772, si riassumono in due opere voluminose; e cioè la *Theoria motus Lunae* (1753), in cui è esclusivo l'uso delle coordinate cartesiane e si considerano separatamente, con metodi fondati sulla integrazione per serie, le varie ineguaglianze provenienti dalla elongazione, dalla eccentricità lunare, da quella solare e dalle due considerate insieme, dalla parallasse, ecc.; la *Theoria motuum Lunae. Nova methodo pertractata* (1772); e i cui calcoli furono eseguiti sotto la guida del grande matematico, già cieco, dal figlio G. ALBERTO, da KRAFFT e da LEXELL. Essa ha una notevole importanza in quanto che ad essa si ricollegano i metodi recenti di HILL e di BROWN. Vedasi S. NEWCOMB: *La théorie du mouvement de la lune. Son histoire et son état actuel.* [Atti del IV Congresso Internazionale dei Matematici in Roma, aprile 1908. Vol. I, pp. 135-143. Roma 1909].

Le ricerche di D'ALEMBERT, fondate anch'esse sopra metodi di approssimazione, sono raccolte nel 1° volume delle « *Recherches sur différents points importans du système du monde* ». Paris 1756.

D'ALEMBERT dà dei metodi per evitare il fattore t fuori delle espressioni di seno e coseno e spinge i calcoli fino alla seconda approssimazione in modo affatto generale, e senza ricorrere a calcoli numerici. Sicchè, se è merito di CLAIRAUT aver riconosciuto per primo come la teoria del moto dell'apogeo si concilii perfettamente con la teoria della gravitazione; è pure merito di D'ALEMBERT aver data l'espressione analitica del secondo termine del moto di detto apogeo.

Digitized by Google

altissimo grado di perfezione da LAGRANGE e sopratutto da LAPLACE (1749-1827), è stato già già fatto (13); un semplice riassunto mi allontanerebbe troppo dallo scopo di questo lavoro, già tanto vasto. Debbo quindi tornare al mio compito, cioè alla storia del problema matematico dei tre corpi, mostrando anzitutto quale contributo abbiano arrecato ad esso i grandi geometri del secolo XVIII.

CLAIRAUT ed EULER stabilirono subito, pel caso che il moto dei tre corpi avvenga in un piano e pel caso generale, le equazioni del moto e i loro integrali primi (del centro di massa, delle aree e delle forze vive); il primo in una memoria (14)

(13) L'opera più notevole ed importante a consultarsi (benchè quasi dimenticata) è quella di GAUTIER citata in (2). Consta di tre parti: la prima riguarda la teoria della luna; la seconda quella dei pianeti e la terza è una esposizione analitica degli elementi della teoria generale del moto dei pianeti e loro satelliti. Le prime due parti contengono una accurata esposizione delle ricerche di CLAIRAUT, D'ALEMBERT, EULER, LAGRANGE e LAPLACE. La copia da noi consultata è della Biblioteca del R. Osservatorio di Capodimonte. Si veda poi il vol. 5° della *Mécanique céleste* di LAPLACE ed il grande trattato del TISSERAND.

(14) *Mémoire lû a l'Académie des Sciences le* 23 *Juin* 1759. *Contenant des réflexions sur le Problème des trois corps, avec les équations différentielles qui expriment les conditions de ce problème* [Le Journal des Sçavants, pour l'année 1759, pp. 563-566].

Dopo aver scritte le sei equazioni differenziali e i loro quattro integrali primi (due del centro di massa, uno delle aree e quello

Digitized by Google

del 1759; il secondo nel 1763 e con lo stesso procedimento che usasi oggi (15).

La memoria di EULER è particolarmente interessante. EULER, a proposito delle interminabili dispute tra CLAIRAUT e D'ALEMBERT, osserva che tutte le soluzioni sin allora date del problema sono approssimate e la soluzione esatta ben lungi dall'essere raggiunta. Ed a provarlo egli comincia a considerare il caso in cui le tre masse A, B, C siano costantemente in linea retta, mostrando le gravi difficoltà analitiche che si incontrano nella soluzione di un caso così particolare. Egli scrive subito le equazioni differenziali del problema assumendo come incognite le distanze tra A e B e tra B e C; poscia ricerca se il rapporto delle distanze può rimanere costante, trovando in maniera semplicissima, che tale rapporto soddisfa ad una

---

delle forze vive) CLAIRAUT dice: « *Intègre maintenant qui pourra!* » E poscia ancora: « *J'ai trouvé les six équations que je viens de « trouver dès les premiers tems que j'ai envisagé le problème des « trois corps, mais je n'ai jamais fait que peu d'efforts pour les « résoudre, parce qu'elles m'ont toujours paru peu traitables. « Peut-être promettront-elles plus à d'autres. Pour moi je les ai « promtement abandonnées pour employer la méthode d'approxi- « mation. Newton avait suivi la même voye lorsqu'il avait exa- « miné les mouvements de la lune* ».

(15) *Considérations sur le problème des trois corps* [Histoire de l'Académie Royale des Sciences et Belles-Lettres. Année 1763. Berlin 1770, pp. 194-220]. La memoria fu letta il 4 decembre 1763.

Digitized by Google

equazione di quinto grado (16). In tal caso il problema si risolve in modo completo, ognuno dei due corpi B e C descrivendo periodicamente delle coniche col fuoco in A. Spetta quindi ad EULER il merito di aver scoperto la prima e la più semplice delle soluzioni periodiche del nostro problema. Tornando poscia al caso dei corpi comunque posti

---

(16) Indicando con A, B, C, le masse dei tre corpi, tale equazione è

$$(A + B)\,z^5 + (3A + 2B)\,z^4 + (3A + B)\,z^3 - (B + 3C)\,z^2 - (2B + 3C)\,z - (B + C) = 0,$$

ed ha una sola radice reale positiva, compresa tra 0 ed 1 se $A > C$. Ritrovata poscia da LAGRANGE e da LAPLACE, è spesso indicata col nome di uno di questi matematici. La maniera con cui è dedotta da EULER supera in semplicità tutte quelle escogitate in seguito.

Il sig. K. BOHLIN, l'illustre direttore dell'Osservatorio di Stockholm, ha fatto recentemente uno studio profondo di questa equazione che ha ridotto alla forma normale

$$\eta^5 + \frac{5}{u}\eta = \frac{1}{u^5} - 27;$$

e si è occupato dello sviluppo di η in funzione uniforme di u. La risolvente dell'equazione è

$$v_i^3 + v_i^2 + v_i + \frac{1}{27\,u^5} = 0,$$

e posto $p_i = v_i^{-\frac{2}{5}}$, egli dimostra essere η razionale in $p_1 p_2 p_3$, riuscendo, alquanto faticosamente, a costruire quattro sviluppi:

Digitized by Google

in linea retta, egli riesce a trovare una combinazione delle equazioni differenziali che è integrabile (integrale corrispondente a quello delle forze vive); ma non va più oltre: « *au moins*, egli avverte, *toutes les peines que je me suis données pour découvrir encore une autre combinaison, qui conduisit à une équation intégrable, ont été inutiles* ». Egli può, eliminando il tempo, ridurre il problema alla integrazione di una equazione differenziale di secondo ordine; ma questa si presenta sotto forma così complicata da lasciar adito a poche speranze di integrarla, anche nel caso particolare in cui la costante delle forze vive è nulla. Finalmente in una seconda parte egli esamina le equazioni differenziali cartesiane pel problema dei quattro corpi di cui trova i sette integrali primi, osservando la loro validità per ogni legge di attrazione funzione della sola distanza (17).

---

tre rappresentano lo sviluppo della radice in tre distinte regioni; il quarto in un punto isolato. *Sur une équation algébrique remarquable se trouvant en rapport à la mécanique céleste* [Astronomiska Jakttagelser och Undersökningar å Stockholms Observatorium. Bd. 8; n.° 8, pag. 111 (1907)].

(17) Ci piace riportare le parole con cui EULER termina la bella ed elegante memoria:

« La méthode dont je me suis servi ici, en cherchant certai-
« nes combinaisons entre les équations principales détaillées dans
« le § 35, qui conduisent à quelque équation intégrable, semble
« entièrement épuisée, et il faudra sans doute chercher une route
« tout à fait nouvelle. Dans l'état où l'Analyse se trouve, il

Digitized by Google

Nè crediamo infine di poter passare sotto silenzio una curiosa memoria di LAMBERT (1728-1777) del 1767 in cui egli si domanda se la questione del problema dei tre corpi è risolubile (18). Siccome si conoscono le equazioni differenziali del problema, non si tratta altro che di trovarne gli integrali. Ma quali integrali? si domanda LAMBERT. « *Veut-on que ce soient des formules finies? Je démontrerai qu' il n' y en a point* »; arditamente risponde. E fa un tentativo fallace, poco persuasivo, di dimostrazione, prevenendo ricerche modernissime, sebbene con poca fortuna. LAMBERT quindi non trova altro scampo che nella integrazione per serie infinite e riprendendo il problema di EULER delle tre masse in linea retta, ne tenta infatti la integrazione, puramente formale, con serie ordinate secondo le potenze intere e positive del tempo.

« semble même impossible de dire si l'on en est encore fort « éloigné ou non; mais il est bien certain que, dès que l'on sera « arrivé à ce point, l'Analyse en retirera de beaucoup plus grands « avantages, que l'Astronomie en saurait s'en promettre, à « cause de la grande complication dont touts les élémens seront « entrelacés selon toute apparence, de sorte que pour la pra- « tique on ne pourra presque en espérer aucun secours ».

(18) *Solution générale et absolue du problème des trois corps moyennant des suites infinies* [Histoire de l'Académie des Sciences et Belles-Lettres. Année 1767, Berlin 1769, pp. 353-364].

Allo stesso periodo appartengono alcune ricerche di CONDORCET (1743-1794): *Analyse d'une méthode générale de résoudre le problème des trois corps, leur masse étant supposée réunie en un point*

Digitized by Google

È una memoria certamente imperfetta e purtuttavia non priva d'interesse, perchè contiene in germe alcune di quelle idee che saranno sviluppate con metodi rigorosi dai geometri dei nostri giorni.

Il primo lavoro in cui si fa veramente un passo importante nella soluzione del nostro problema è quello classico di LAGRANGE (1736-1813) premiato dall'Accademia di Parigi nel 1772 (19).

LAGRANGE ha mostrato che la risoluzione completa del problema può ottenersi determinando anzitutto i lati del triangolo formato dai tre corpi ossia la configurazione del sistema (problema

---

sans étendue. 1er Memoire, pp. 1-31; *Analyse du problème où il s'agiroit de trouver le mouvement de trois corps de figure quelconque etc.* 2me Memoire, pp. 23-39. (Memorie contenute in un opuscolo dal titolo: *Du problème des trois corps.* Paris, 1767). Ma non presentano che uno scarso interesse: sono dedotte le equazioni diff. del problema, anche nel caso di corpi di dimensioni finite, e esposte alcune considerazioni sull'ordine delle equazioni differenziali delle traiettorie, senza che sia tentato alcun passo verso la integrazione.

Tanto per curiosità storica diciamo pure che ANG. DECIMA pubblicò a Pavia nel 1770: *De trium corporum celeberrimo problemate inquisitio;* in cui il modesto scopo di sostituire al sistema delle nove equazioni diff. del 2° ordine del problema, uno di primo, con un maggior numero di incognite, non è affatto raggiunto.

(19) J. L. LAGRANGE, *Essai sur le problème des trois corps* [Recueil des pièces qui ont remporté le prix, etc. v. IX, 1772, n. 9; Oeuvres complètes, t. 6, pp. 229-324].

Il premio dell'Accademia fu diviso tra EULER e LAGRANGE;

Digitized by Google

ristretto secondo HESSE); fatto ciò le coordinate dei tre corpi nello spazio possono ottenersi con tre quadrature.

Tutta la difficoltà consiste dunque nella risoluzione del primo problema e LAGRANGE trova che esso dipende dalla integrazione di due equazioni differenziali di secondo e da una di terzo ordine in cui compariscono la costante delle forze vive e una combinazione di quelle delle aree; quindi le distanze dei corpi — se potesse riuscire l'integrazione — risulteranno funzioni del tempo e di nove costanti arbitrarie; la ricerca della orientazione del piano dei tre corpi esige due nuove quadrature e una ultima ne occorre per fissare la posizione del triangolo sul piano. Per quanto poi riguarda il sistema di equazioni differenziali già accennato, LAGRANGE, dalle solite equazioni cartesiane del moto, deduce tre equazioni differenziali di secondo ordine contenenti i quadrati delle distanze e le velocità dei tre corpi; e poi una equazione (α) contenente la derivata prima di una funzione ρ delle distanze e delle loro derivate prime e seconde.

---

ad esso concorreva anche un altro illustre italiano, il padre PAOLO FRISI (1728-1784), sul cui lavoro il D'ALEMBERT e LAGRANGE non esprimono un giudizio favorevole. Vedasi la corrispondenza tra i due grandi matematici nelle *Oeuvres* di LAGRANGE, v. 13, pp. 160; 291. Il FRISI va in ogni modo ricordato come scopritore della legge della composizione delle rotazioni istantanee. Vedasi una mia nota in Bollettino di bibliografia e storia delle scienze matematiche, anno IX, pp. 1-12 (1906).

Digitized by Google

Una relazione trigonometrica tra i coseni degli angoli formati da quattro rette, si trasforma subito in una equazione (β) di quarto grado in ρ; finalmente la eliminazione di ρ e dei quadrati delle velocità conduce al sistema definitivo di equazioni fra le sole distanze, che però LAGRANGE non dà in forma esplicita. Il sistema differenziale è del settimo ordine e non contiene esplicitamente il tempo; quindi si sarebbe potuto subito concludere che la difficoltà del problema consiste nella integrazione di un sistema di sesto ordine. In ogni modo, poichè coi soli dieci integrali conosciuti sarebbero occorse ancora otto integrazioni per la completa soluzione del problema, il passo notevole compiuto da LAGRANGE consiste nell'aver eseguito una nuova integrazione. Questo risultato, che riguarda la massima riduzione del sistema di equazioni differenziali del nostro problema, non sarà superato dai successori, ai quali spetterà soltanto il merito di affinare il metodo di ricerca per giungere rapidamente ed esplicitamente alla riduzione detta. In questa memoria è anche notevole una equazione (L_1) che esprime mediante la funzione delle forze la derivata seconda, rispetto al tempo, della somma dei quadrati delle distanze dei tre corpi ciascuna divisa per una delle masse; tale equazione, estesa da JACOBI al problema degli n corpi (20) e spesso

(20) *Vorlesungen über Dynamik*, IV Vorl. formula (4). Gesamm. Werke. Supplementarband.

Digitized by Google

quindi chiamata equazione di JACOBI (21), ha acquistato una nuova e maggiore importanza nelle recenti ricerche del signor SUNDMAN (22).

In una seconda parte, LAGRANGE si propone di trovare i casi in cui le distanze dei tre corpi. oppure i loro rapporti si mantengono costanti per tutta la durata del moto; ed egli ritrova il caso di EULER dei tre corpi in linea retta ed un caso nuovo, in cui i tre corpi sono sempre vertici di un triangolo equilatero; anche in tal caso il problema è riducibile alle quadrature e i vertici descrivono periodicamente delle sezioni coniche aventi il fuoco nel centro di massa dei tre corpi. Sicchè LAGRANGE ha trovato, dopo quella di EULER, un'altra soluzione periodica del nostro problema.

I lavori recenti di HILL, DARWIN, CHARLIER, la scoperta del così detto gruppo troiano di quattro asteroidi, hanno dimostrato, dopo più di un secolo, che questa soluzione non è, come credeva LAGRANGE, *une pure curiosité* (23).

La memoria di LAGRANGE è stata oggetto di numerosi e recenti lavori che hanno semplificato alcuni particolari, o ne hanno mostrato il nesso con altre ricerche; lavori dovuti a SERRET, RADAU,

(21) E. T. WHITTAKER, *A Treatise on the Analytical Dynamics of Particles and Rigid Bodies; with an Introduction to the Problem of Three Bodies*. Cambridge, 1904; 2^{d} edit. 1917; § 156.

(22) Vedasi nota (131).

(23) Vedasi nota (200), e il Cap. VI.

Digitized by Google

WHITTEMORE, BOHLIN, ecc. Ben disse quindi il RADAU: « *il est permis de supposer que plus d'un géomètre ira puiser à cette source profonde* » (24).

LAGRANGE non tornò mai più sul problema dei tre corpi e forse dovette pensare di aver conpiuto

(24) La terza parte della memoria di LAGRANGE riguarda l'applicazione alla teoria della luna; ma è forse la parte meno interessante anche dal lato astronomico.

Una lucida e più simmetrica esposizione della parte sostanziale della classica memoria è stata fatta da J. SERRET (1819-1885), *Réflexions sur le Mémoire de Lagrange intitulé:* Essai.... [Comp. rendus, t. 76, pp. 1557-1565 (1873); Bulletin des Sciences mathém., t. 6, pp. 48-57 (1874)] riprodotta nell'appendice alle *Oeuvres* de LAGRANGE, t. 6, pp. 324-331. Il SERRET ha rilevato un errore in cui è caduto O. HESSE, *Ueber das Problem der drei Körper* [Journal fur r. und ang. Mathematik, Bd. 74, pp. 97-115 (1872)]. Questi ha creduto di dare una soluzione più semplice del problema da lui chiamato ristretto, riducendolo sempre alla integrazione di due equazioni differenziali di 2° ordine ed una di 3°, di cui egli dà la forma esplicita, evitando quindi la risoluzione dell'equazione di 4° grado in ρ. Ma le combinazioni lineari ingegnosamente ottenute da un sistema di tre equazioni differenziali di 3° ordine, non sono indipendenti, come appunto ha mostrato il SERRET.

Il RADAU, *Quelques remarques sur l'élimination des noeuds dans le problème des trois corps* [Bull. astr., t. 3, pp. 113-125 (1886)], insieme ad acute e notevoli osservazioni su tutto il procedimento di LAGRANGE, ha fatto vedere che si può evitare la risoluzione dell'equazione in ϱ; tale equazione infatti manca del termine in ϱ^2 e poichè si può eliminare ϱ^3 e ϱ^4, l'equazione si riduce al primo grado; inoltre ha eseguito effettivamente le eliminazioni accennate da LAGRANGE e ricollegato queste ricerche con quelle di JACOBI di cui diremo più oltre.

Digitized by Google

in quell'indirizzo il massimo sforzo consentito dallo stato dell'analisi. Lo pensarono certamente i suoi successori poichè nessuno, fino a JACOBI, tentò più affrontare l'arduo problema.

La memoria di LAGRANGE chiude quindi e nel

Sullo stesso argomento il sig. H. DUPORT ha due note: *Sur le problème des trois corps* [Bull. astr., t. 10, pp. 377-383 (1898)]; *Étude sur le problème des trois corps* [Ibid., t. 26, pp. 369-381 (1909)]; nella prima delle quali pare notevolmente semplice il calcolo dell'equazione in ϱ.

Al BOHLIN, *Sur la réduction élémentaire du problème des trois corps* [Kungl. Svenska Vetenskapsak. Handlingar, Bd. 42, n. 9, pagine 34 (1907)], è pure dovuta una eccellente esposizione del metodo Lagrangiano, collegato colle nozioni di nodo del piano dei tre corpi rispetto al piano invariabile. Recentemente ancora, in una elegante memoria specialmente interessante pel problema dei due corpi, *Note sur le problème des deux corps et sur une intégration nouvelle dans le problème des trois corps* [Bull. astr., t. 28, pp. 113-119 (1911)], egli ha trovato una relazione integrale che è l'analoga di quella Kepleriana pel problema dei due corpi.

Il sig. C. V. L. CHARLIER, *Ueber das reducirte Drei-Korper-Probleme* [Öfer. af K. Vet. Ak. Förhandlingar, Bd. 56, pp. 263-272 (1899)], si è occupato invece della ricerca delle distanze dei tre corpi dal comune baricentro e nel caso del moto piano. Per un lavoro del SEYDLER si veda nota (54).

La ricerca dei casi in cui il problema si può ridurre a quadrature, cioè dei casi di EULER e di LAGRANGE è stata fatta in modo semplice e diretto da LAPLACE, *Traité de Mécanique céleste*, t. IV, pp. 307-313 (1805), ricercando i casi in cui le risultanti delle forze di attrazione su ciascun corpo passino pel centro di gravità, ritrovando l'equazione di 5° grado di EULER pel caso dei tre corpi allineati.

LAPLACE osserva che pel caso del sole, terra, luna in linea

Digitized by Google

modo più brillante il contributo arrecato dal secolo XVIII al nostro problema.

Tale contributo, modesto certamente se si pensa che costò oltre cinquanta anni di lavoro e le meditazioni dei più grandi geometri del tempo, si può

---

retta, essendo uno la distanza tra il sole e terra, la radice dell'equazione è circa 0,01; quindi se terra e luna fossero state poste all'origine in linea retta col sole e a distanze da questo astro come 1 e 1,01 e avessero anche impresse velocità parallele e proporzionali a queste distanze, la luna sarebbe stata sempre in opposizione col sole; quindi questi due astri si sarebbero succeduti l'un l'altro sull'orizzonte e la luna non sarebbe stata mai eclissata. Vedi nota (63).

La deduzione rapida dell'equazione di 5° grado è oggetto di una breve nota del sig. F. ENRIQUES, *Intorno alla seconda soluzione di Laplace del problema dei tre corpi* [Atti Ist. Veneto, s. 8, t. 3, Parte 2ª, pp. 957-960 (1900-1901)]. I casi di EULER e LAGRANGE furono ancora dedotti con metodo esclusivamente sintetico da S. TSCHERNY, *Geometrische Lösung zweier spezieller Fälle des Problems der drei Körper* [Astr. Nachrich., Bd. 171, pp. 129-136; 349 (1906)].

Il sig. J. K. WHITTEMORE, *A Note on the Problem of Three Bodies* [Mathem. Annalen, Bd. 64, pp. 150-155 (1907)] ha mostrato che le ipotesi di LAGRANGE (l'A. si riferisce alle equazioni (A) del TISSERAND, *Traité de Mécanique céleste*, t. 1, Ch. VIII) donde si deducono le note soluzioni particolari, possono essere soddisfatte con condizioni più generali; le quali però, se le masse sono reali, non conducono a soluzioni reali per le distanze dei tre corpi.

J. HARGRAVE, *On the Problem of Three Bodies* [Philos. Magazine, s. 4, v. 16, pp. 466-473 (1858); Proceedings of the Roya. Society, v. 9, pp. 265-271 (1859)] e poi N. DELAUNAY, *Sur le problème des trois corps* [Verhand. des III Intern. Mathem

Digitized by Google

riassumere così: si stabiliscono (CLAIRAUT ed EULER) le equazioni differenziali del problema e i loro integrali primi; si trovano (EULER, LAGRANGE) le prime e più semplici soluzioni periodiche e finalmente LAGRANGE mostra, sebbene non del tutto esplicitamente, che la soluzione del problema dipende dalla integrazione di un sistema differenziale di sesto ordine.

Kongress, Heidelberg, pp. 398-401 (1905); Izviestia Imp. Obsciestvo Lub.; Otd. Fiz. Nauk. Moskwa; t. 13, pp. 34-36 (1905)] hanno fatto l'osservazione — quasi evidente — che le risultanti delle forze di attrazione dei tre corpi due a due passano per un punto, che è poi (DELAUNAY) il centro di massa di tre masse fittizie — di semplice espressione — poste nei punti occupati dai tre corpi. Le equazioni del moto riferite a questo centro — polo di gravitazione — assumono una forma assai semplice. Recentemente poi il signor M. MILANKOVITCH, *Integrali generali del problema degli n corpi* [Srpska Kral. Akad., Glas 83, pp. 156-196 (1911), Beograd] ha posto sotto forma vettoriale il procedimento di LAPLACE. In ultimo osserviamo che il caso del triangolo equilatero ruotante uniformemente nel suo piano intorno al centro di massa, e quello dei punti in linea retta sono stati dedotti dal Prof. LEVI-CIVITA dai cosidetti moti stazionari alla ROUTH e come esempi di ricerca di soluzioni particolari di un sistema canonico che, oltre l'integrale dell'energia, possiede relazioni invarianti in involuzione. *Sur la recherche des solutions particulières des systèmes différentiels et sur les mouvements stationnaires* [Prace Matematyczne-Fizycne, t. 17, pp. 1-40. Warszawa 1906].

Digitized by Google

Per esporre con ordine e nel modo più breve che sarà possibile le numerosissime ricerche che ininterrottamente furono compiute dal 1842 sino ad oggi, ed anche per potersi orizzontare in mezzo ad una produzione scientifica d'una imponente ampiezza, occorre osservare che gli studi compiuti sopratutto nella seconda metà del secolo XIX riguardano:

1° la riduzione al sesto ordine delle equazioni differenziali del problema;

2° la estensione al caso degli n corpi e l'esame di alcuni casi particolari;

3° la dimostrazione della impossibilità della esistenza di integrali algebrici;

4° i metodi di integrazione per serie;

5° l'esame approfondito del problema ristretto e delle soluzioni periodiche su cui vengono fondati i nuovi metodi della meccanica celeste.

Diciamo brevemente delle più importanti ricerche compiute in ognuno di questi cinque grandi capitoli.

Digitized by Google

CAPITOLO II.

Riduzione delle equazioni differenziali all'ordine minimo

JACOBI (1804-1851) nel § 6 della memoria sulla integrazione delle equazioni differenziali (25) alle derivate parziali del primo ordine, pubblicata da CLEBSCH dopo la morte di JACOBI e composta, pare, nel 1838, dà un chiaro cenno delle riduzioni che intervengono nell'abbassamento delle equazioni della Meccanica, quando sussistono i dieci noti integrali del centro di massa, delle aree e dell'energia; e quanto ivi è detto basterebbe per dimostrare che il problema dei tre corpi dipende dalla integrazione di un sistema differenziale di sesto ordine e da quadrature; cioè, in fondo, che

(25) *Nova methodus, aequationes differentiales partiales primi ordinis inter numerum variabilium quemcunque propositas integrandi* [Journal f. r. und ang. Mathematik, Bd. 60, pp. 1-181 (1860); Gesamm. Werke, Bd. 5, pp. 1-189; vedasi specialmente pp. 126-127].

Digitized by Google

uno degli integrali delle aree serve ad eliminare due variabili. Tale riduzione è invece esplicitamente fatta in una famosa memoria del 1842 (26).

JACOBI si vale di una semplice ed elegante trasformazione, in cui si riferisce il secondo corpo al primo, ed il terzo al centro di massa dei primi due, e la quale permette di sostituire ai tre corpi altri due fittizi ruotanti intorno al centro di massa di due dei corpi dati, e soggetti a forze derivanti da un potenziale dipendente dalle distanze dei due corpi dall'origine (baricentro) e dal coseno del loro angolo. Il movimento di questi due corpi può ritenersi, in prima approssimazione, come un moto kepleriano; i piani delle orbite ellittiche si tagliano secondo una retta mobile del piano invariabile e le loro inclinazioni sullo stesso sono perfettamente determinate dai parametri delle orbite. JACOBI si propone di determinare, nel moto effettivo, i due raggi vettori dei due mobili; le loro distanze dal comune nodo ascendente; le inclinazioni dei piani delle orbite sul piano invariabile e finalmente la longitudine Ω del nodo ascendente. Tra questi elementi, variabili in ogni istante coll'orbita, stabilisce cinque equazioni differenziali di primo ed una di secondo ordine, nelle quali non vi ha più

(26) *Sur l'élimination des noeuds dans le problème des trois corps* [Comp. rend., t. 15, pp. 236-255 (1842); Journ. f. r. und ang. Mathematik, Bd. 26, pp. 115-131 (1843); Gesamm. Werke, Bd. 4, pp. 295-314].

Digitized by Google

traccia di Ω, cioè dei nodi. Poichè in queste equazioni, come in quelle di LAGRANGE, il tempo non figura che col suo differenziale, il sistema effettivamente stabilito da JACOBI — e nello averlo stabilito consiste un progresso sulla memoria di LAGRANGE — è di sesto ordine (27).

BERTRAND (1822-1900) si è valso egualmente dei due corpi fittizi e della trasformazione di JACOBI (28) ma in modo alquanto più semplice, ri-

---

(27) Ciò invero non è esplicitamente detto da JACOBI in questa memoria; ma il suo pensiero apparisce chiaro da quanto egli ha esposto in una nota delle Astr. Nachrich., Bd. 21, pp. 99 (1842), in seguito ad una osservazione del CLAUSEN comparsa nel volume 20, pp. 97 dello stesso periodico. Tale nota deve essere certamente sfuggita al BERTRAND, il quale, pur essendo pervenuto, dieci anni dopo, ad una riduzione analoga, affermava aver effettuato una integrazione di più di JACOBI. Vedasi l'introduzione alla memoria della nota (28).

La eliminazione del *dt* si può ottenere facilmente e con molteplici artifici, come hanno mostrato WEILER e RADAU e prima ancora CAYLEY nella pag. 550 del lavoro citato alla nota (2).

Una deduzione semplice del sistema di JACOBI è dovuta al sig. A. BILIMOWITCH, *Die Bewegungsgleichungen konservativer Systeme mit linearen Bewegungsintegralen* [Mathem. Annalen, Bd. 69, pp. 586-591 (1910); Univ. Izviestia Kijew, v. 50, n. 10*c*, pp. 23-43 (1910)].

(28) *Mémoire sur l'intégration des équations différentielles de la Mécanique* [Journal de Mathématiques, t. 19, pp. 88-111 (1854)].

Altri lavori che si collegano con questa memoria sono quelli di L. PAINVIN, *Recherche du dernier multiplicateur pour deux*

Digitized by Google

ducendo il problema a quello in cui uno dei tre corpi è fisso. Tutto viene a dipendere dalla integrazione di una equazione alle derivate parziali lineari con nove variabili indipendenti e quindi da quella di un sistema di otto equazioni simultanee ordinarie di primo ordine; di un tal sistema si conoscono due integrali, quindi la sua integrazione potrà ridursi a quella di un sistema di sei equazioni di primo ordine. Il procedimento inoltre vale qualunque sia la legge di attrazione, funzione della distanza.

La riduzione a sistemi hamiltoniani è dovuta a BOUR (1832-1866), almeno pel problema a cui BERTRAND aveva ridotto quello dei tre corpi; ed egli con calcoli faticosi e poco eleganti giunge ad un sistema di ottavo ordine nelle otto variabili due a due coniugate, in cui sussiste sempre l'in-

---

formes spéciales et remarquables des équations différentielles du problème des trois corps [Journ. de Mathém., t. 19, pp. 88-111 (1854)], in cui si ricerca appunto l'ultimo moltiplicatore dei sistemi (non canonici) di JACOBI e di BERTRAND; di D. GRAVÉ, *Sur le problème des trois corps* [Nouvelles Annales de Mathém., s. 3, v. 15, pp. 537-547 (1896)] in cui è provato che i soli integrali delle equazioni di BERTRAND indipendenti dalla legge di attrazione sono i dieci noti. La generalizzazione al caso degli n corpi e lo studio di un gruppo di trasformazioni continue definito dalle equazioni di GRAVÉ è dovuto al sig. E. O. LOVETT, *On a Group of Transformations which occurs in the Problem of Several Bodies* [American Journal of Mathematics, v. 30, pp. 307-324 (1908)].

Digitized by Google

tegrale dell'energia; e quindi, mediante l'eliminazione del tempo, può ridursi al sesto (29).

L'analisi di BOUR è stata semplificata da BRIOSCHI (1822-1897) (30), da SIACCI (1839-1907) (31) ed ha anche formato oggetto di lavori di MATHIEU (1835-1907) (32). La riduzione diretta a sistema

(29) *Mémoire sur le problème des trois corps* [Journal de l'École Polytechnique, t. 21, pp. 35-58 (1856)].

(30) *Sur une transformation des équations différentielles du problème des trois corps* [Compt. rendus, t. 66, pp. 710-714 (1868); Opere matematiche, t. 4, pp. 361-365].

(31) *Sur le problème des trois corps* [Ibid., t. 78 pp. 110-113 (1874)]; *Intorno ad alcune trasformazioni delle equazioni differenziali del problema dei tre corpi* [Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, v. 6, pp. 440-454 (1870-71)]. Il SIACCI ha dimostrato anche l'esistenza di infinite trasformazioni più generali di quelle di JACOBI, BERTRAND, BRIOSCHI. La prima nota del SIACCI fu quasi alla lettera riprodotta venti anni dopo dal sig. VERNIER negli stessi Compt. rendus, t. 119, pp. 451-454 (1894). Vedi anche p. 1189.

(32) *Mémoire sur le problème des trois corps* [Journ. de Mathém., s. 3, t. 2, pp. 345-370 (1876)]. Il MATHIEU ha rettificato alcuni risultati di BOUR e poscia riferendosi ancora al problema di BERTRAND, assume come variabili le distanze r, r_1 dei due corpi m, m_1 dall'origine O (fissa), gli angoli ξ, ξ_1 che esse fanno con la retta intersezione del piano Omm_1 col piano invariabile; e per mezzo della espressione dell'energia cinetica data da BOUR, definisce le variabili coniugate delle precedenti e ottiene il sistema canonico di ottavo ordine. Fissata, con la integrazione di esso, la posizione dei due corpi sul piano Omm_1, la posizione del piano è determinata con una quadratura. MATHIEU ha fatto applicazione del suo metodo alla determinazione delle perturbazioni di Giove e di Saturno [Journal de l'École Polytechnique, t. 28, pp. 245-263 (1878)].

Digitized by Google

canonico di ottavo ordine, con una speciale scelta di variabili, fu pure ottenuta dallo SCHEIBNER nel 1865 e nel 1868 (33).

Ma i lavori più importanti di questo periodo sono indubbiamente quelli di RADAU (1835-1911) (34).

Egli si occupa in generale del problema di $n + 1$ corpi riferiti al loro comune centro di massa supposto fisso (poichè la forma degli integrali dell'energia e delle aree è la stessa). Se si pone l'origine in uno dei corpi; oppure se si utilizzano gli integrali del centro di massa, si possono ridurre a $3n$ le $3n + 3$ equazioni differenziali del problema; ma in entrambi i casi si sagrifica e la forma semplice degli integrali e quella delle equazioni differenziali. JACOBI e poi BERTRAND, con l'artifizio dei due corpi fittizi, hanno eliminato questa diffi-

(33) *Satz aus der Störungstheorie* [Journal für r. und ang. Mathematik, Bd. 65, pp. 291-292 (1865)]; *Ueber das problem der drei Körper* [Ibid., Bd. 68, pp. 390-392 (1868)]. Nella prima memoria è trattato il caso del problema chiamato ora comunemente ristretto od asteroidico, col metodo seguito anche da POINCARÉ: *Les Méthodes nouvelles de la Mécanique céleste*, t. 1, p. 11 (1892); nella seconda è trattato il caso generale; ma sono dati i soli risultati, che furono poi dimostrati da RADAU: vedi nota (36).

(34) *Sur une transformation des équations différentielles de la Mécanique* [Annales scientifiques de l'École Normale Supérieure, t. 5, pp. 311-375 (1868)]. I risultati erano stati in precedenza comunicati all'Acc. delle Scienze: Compt. rendus, t. 66, pp. 1262-1265 (1868); t. 67, pp. 171-175; 316-319; 841-843 (1868).

Digitized by Google

coltà; orbene RADAU ha fatto vedere che la trasformazione di JACOBI è caso particolare di una trasformazione ortogonale tra le coordinate assolute degli $n + 1$ corpi e quelle di $n + 1$ masse fittizie, di cui una è la massa totale del sistema situata nel centro di massa: i coefficienti di questa trasformazione non sono interamente determinati. Due casi particolari sono notevoli fra tutti: il primo è la generalizzazione della trasformazione di JACOBI e consiste nel riferire il secondo corpo al primo; il terzo al centro di gravità dei primi due; il quarto al centro di gravità dei primi tre; ecc., modificando convenientemente le masse; la forma tipica degli integrali delle aree e di quello dell'energia non muta, ma risulta composta di n anzichè di $n + 1$ termini. L'altro caso particolare conduce alla considerazione di $n + 1$ punti canonici, che hanno ciascuno, per gli n corpi, le stesse proprietà che il centro di massa possiede per l'intero sistema ed il movimento degli n corpi ha luogo come se avvenisse intorno ad uno dei punti canonici, supposto fisso. La ricerca di questi punti si fa attribuendo a tutti i corpi delle masse fittizie eguali alla radice quadrata delle rispettive masse; ed al centro di massa, una massa eguale alla radice quadrata della massa totale; gli $n + 1$ centri canonici sono gli $n + 1$ centri di massa della massa $\sqrt{m}$ combinata successivamente con ciascuna delle masse $\sqrt{m_i}$. Limitandosi poi in particolare al pro-

Digitized by Google

blema dei tre corpi, RADAU riduce tutto ad un sistema di ottavo ordine e fa, con SYLVESTER, l'osservazione che l'eliminazione del nodo può essere ottenuta in modo diretto, senza valersi della trasformazione di JACOBI (35).

Ma su questa osservazione e sulla riduzione del sistema canonico, egli è tornato in altri lavori del 1869, raccolti poi in una unica e notevole memoria (36). Egli ha mostrato che un integrale delle aree e quello dell'energia possono far eliminare tre variabili (37), e del fatto così caratteristico dà questa interpretazione: tutte le volte che le forze e i vincoli del sistema non dipendono dalla orientazione intorno ad un asse, si può riferire il moto ad

(35) J. J. SYLVESTER (1814-1897): *On theMotion of a Rigid Body acted on by no external Forces* [Philos. Trans., v. 156, pp. 757-779 (1866); vedi pag. 778; The Collec. Mathem. Papers, Cambridge 1904-1912, t. 4, pp. 577-601] ha osservato infatti che in un sistema dinamico si può a volta rinviare la ricerca dello spostamento assoluto dopo quella dello spostamento intorno ad una retta fissa; e accenna, come esempi di problemi di tal natura, quello della rotazione di un corpo intorno ad un punto fisso in assenza di forze di massa, del punto attratto da due centri fissi e finalmente il problema dei tre corpi. La retta fissa è l'asse perpendicolare al piano invariabile nel primo e terzo caso; la congiungente i due centri fissi nel secondo.

(36) *Sur une propriété des systèmes qui ont un plan invariable* [Journal de Mathématiques, s. 2, t. 14, pp. 167-229 (1869)].

(37) Questa osservazione era stata già fatta da JACOBI, vedi nota (26); ciò che del resto RADAU riconosce a pag. 217 della memoria citata alla nota precedente.

Digitized by Google

un meridiano mobile col sistema. Se si riesce a determinare il moto relativo a tal piano, la ricerca della posizione del piano mobile non esige più che una quadratura. Ora le equazioni del piano mobile contengono due variabili di meno di quelle del moto assoluto; sicchè l'ordine del sistema da integrare sarà $6n - 8$; valendosi poi degli altri due integrali delle aree, di quello dell'energia ed eliminando il tempo, tale ordine si ridurrà a $6n - 12$. Così RADAU può fare in modo diretto la eliminazione dei nodi e ritrova le equazioni di BOUR e di SCHEIBNER (38).

Altri metodi per la riduzione all'ordine minimo

---

(38) Ricerche generali anteriori a quelle di RADAU sui sistemi materiali che hanno un piano invariabile, e non prive di eleganza, per quanto non applicate alla riduzione del sistema differenziale dei tre corpi, si debbono ad A. DE GASPARIS (1819-1892); *Rotazione di un sistema variabile di tre masse che verificano la legge delle aree* [Rend. dell'Acc. Scienze fis. e matem. di Napoli, anno 4°, pp. 107-118; 151-162; 176-180; 223-225; 361-368 (1864)]; *Sopra una funzione che presenta il caso d'un minimo nel problema dei tre corpi* [Ibid., anno 4°, pp. 297-301; Astron. Nachrichten, Bd. 65, pp. 239-240 (1865)]; *Sopra una relazione di distanze nel problema dei tre corpi* [Rend. dell'Acc. Scienze fis. e matem. di Napoli, anno 19, pp. 13-19 (1880).

La ricerca poi di equazioni analoghe a quelle dei due corpi, colla considerazione di semplici espressioni formate colle reciproche delle distanze dei tre corpi, è dovuta a B. BRONWIN, *On the Problem of Three Bodies* [Philos. Magazine, s. 3, v. 23, pp. 8-14 (1843)].

Digitized by Google

sonod ovutial WEILER (1827-1911) (39), ad HILL (40), SEYDLER (41), DUPORT (42) e KIAER (43). Il primo ha pure ottenuto la riduzione ad un sistema di ottavo ordine (non canonico), operando sulle equa-

---

(39) *Ueber die Elimination des Knotens in dem Problem der drei Körper* [Astr. Nach., Bd. 74, pp. 81-96 (1869)]; *Notes sur le problème des trois corps* [Journ. de Mathém., s. 2, t. 14; pp. 305-320 (1869)]; *Ueber die Differentialgleichungen der Bewegung in dem Problem der drei Körper* [Astr. Nach., Bd. 96, pp. 161-182 (1879)]; *Das Problem der drei Körper in der neuen Störungstheorie* [Ibid., Bd. 97, pp. 97-112, 129-144, 161-176, 193-208 (1880)].

(40) *Reduction of the Problem of Three Bodies* [The Analyst, v. 3, pp. 179-185 (1876); Collected Papers, v.1, pp. 236-242].

(41) *Ueber einige neue Formen der Integrale der Zwei-und-Dreikörper-Problems* [Sitzungsberichte der K. Ak. der Wiss. zu Wien, Bd. 89, pp. 851-872 (1884)]; inoltre due memorie in lingua boema nei Sitz. der Gesell. der Wiss. zu Prag, 1884, pp. 16-29, 106-126.

(42) Lavoro già citato alla nota (24), e *Sur l'élimination des longitudes dans le problème des trois corps* [Journ. de Mathém., s. 6, t. 6, pp. 271-342 (1910)]; vedi specialmente terza e quarta parte della memoria.

(43) *Sur la réduction du problème des trois corps au système canonique du sixième ordre.* [Astr. Nach., Bd. 126, pp. 69-76 (1891)].

Sullo stesso argomento e con speciale riguardo alla teoria delle perturbazioni si può vedere ancora:

R. RADAU, *Travaux concernant le problème des trois corps et la théorie des perturbations* [Bull. des Sciences mathém., s. 2, t. 5, pp. 270-294 (1881)].

P. SCHOLZ, *Ueber die Reduction des Drei-Körper-Problems auf die Integration einer einzigen Differential-Gleichung.* Inaugural-Diss., Berlin 1900, pagine 38.

Digitized by Google

zioni differenziali del problema delle trasformazioni lineari che, pur non dando luogo a sistemi canonici, non alterano la forma degli integrali delle aree; ed il KIAER ha introdotto i tre angoli di EULER in luogo delle coordinate cartesiane, riuscendo ad un risultato molto semplice.

Una nuova maniera di trattare la questione è dovuta a S. LIE (1842-1899) (44), il quale ha osservato che i tre integrali primi f_1, f_2, f_3 del centro di massa sono in involuzione; e che ciascuno degli integrali f_4, f_5, f_6 delle aree è in involuzione con f_1, f_2, f_3, se si fissa il centro di massa. Si può quindi trovare una combinazione dei tre integrali delle aree — precisamente è la somma dei loro quadrati — che sia in involuzione con f_1, f_2, f_3, f_4; conoscendo allora cinque integrali in involuzione, un teorema ben noto assicura e dà il mezzo di ridurre il sistema da 9 a 4 gradi di libertà, cioè di passare dal sistema canonico primitivo di 18° ordine ad uno di ottavo: e da questo, al solito, coll'integrale dell'energia ed eliminando il tempo, si passa a quello di sesto ordine. Il metodo è rapido e tra i più semplici e di più dimostra che la riduzione al sesto ordine è la massima che, cogli integrali noti, possa essere raggiunta (45).

(44) *Begründung einer Invariante-Theorie der Berührungstransformationen* [Mathem. Annalen, Bd. 8, pp. 215-302 (1875); vedi spec. pag. 282].

(45) Per la effettiva riduzione al sistema canonico di ottavo ordine si veda POINCARÉ, *Les Méthodes nouvelles*, t. 1, pag. 38.

Anche il BRUNS, nella prima parte di una memoria che dovremo più oltre esaminare (46), si è occupato nel 1887, e in forma completamente diversa dalle precedenti, della riduzione al 6° ordine. Egli assume per variabili le tre distanze dei corpi e certe combinazioni (alcune delle quali immaginarie) delle coordinate cartesiane dei tre corpi. Il sistema canonico di 18° ordine, a causa della forma speciale che assume l'espressione dell'energia totale, si spezza in due altri; uno di sesto e l'altro di 12° ordine e questo, scegliendo per piano invariabile il piano xy, si riduce facilmente ad un sistema canonico di ottavo ordine. Ma qui il BRUNS fa una semplice ed importante osservazione. La funzione caratteristica che figura in questo sistema contiene linearmente una delle variabili; risoluta rispetto a questa, ci dà, p. e., $p = -K$. Allora assumendo per nuova variabile indipendente, in luogo de tempo, la coniugata di p, il sistema canonico viene ridotto ad uno di sesto ordine, in cui K è la funzione caratteristica e da cui è eliminato il tempo. Di guisa che la riduzione a sistema di sesto

---

(46) *Ueber die Integrale des Vielkörper-Problems* [Berich. der K. Sächsischen Ges. der Wiss., 1887. Mathem. Class. pp. 1-39, 55-82; Acta Mathematica, t. 11. pp. 25-96 (1887)].

L'illustre Prof. ERNEST HEINRICH BRUNS (n. 1848) è professore di Astronomia e Direttore dell'Osservatorio di Lipsia dal 1882.

Digitized by Google

ordine trovasi fatta, nella memoria del BRUNS, nella forma più esplicita e definitiva (47).

Citiamo finalmente i lavori di POINCARÉ e di WHITTAKER. Il POINCARÉ nel 1896 (48) ha dato un metodo, diverso da quelli di JACOBI e di RADAU, per ottenere una prima riduzione del sistema canonico dal 18° al 12° ordine, valendosi degli integrali del centro di massa. La trasformazione (α) da lui adoperata (trasformazione di contatto che non altera quindi la forma canonica delle equazioni del moto), non altera nemmeno la forma degli integrali delle aree, e consiste nel prendere per variabili x'_i le coordinate di due dei corpi A e B rispetto al terzo C e le coordinate di C; e per variabili coniugate y'_i le componenti delle quantità di moto assolute di A, di B e di tutto il sistema. Nel sistema trasformato le y'_7, y'_8, y'_9 sono variabili ignorate e quindi forniscono subito i tre integrali del centro di massa: se questo viene fissato, spa-

(47) Un tal metodo è evidentemente generale e serve a ridurre l'ordine di un sistema canonico con n gradi di libertà in cui esista l'integrale dell'energia, trasformandolo in un sistema canonico con $n - 1$ gradi di libertà; vedi WHITTAKER, *Treatise on the Analytical Dynamics*, § 141.

(48) *Sur une forme nouvelle des équations du probème des trois corps* [Comp. rendus, t. 123, pp. 1031-1035 (1896); Acta Mathematica, t. 21, pp. 83-97 (1897)]. POINCARÉ osserva che, per rispetto ai termini di primo ordine nello sviluppo della funzione perturbatrice, la sua sostituzione (α) e quella di JACOBI-RADAU si equivalgono; invece per i termini di secondo ordine la (α) è più semplice.

Digitized by Google

riscono dall'espressione della energia totale queste y' e ci riduciamo ad un sistema di 12° ordine, mentre la forma degli integrali delle aree è rimasta inalterata.

L'analisi di POINCARÉ fu completata dal WHITTAKER (49), il quale, valendosi degli integrali delle aree, ha assegnato una nuova trasformazione di contatto per cui dal sistema di 12° ordine, ottenuto col metodo di POINCARÉ, si passa ad uno di ottavo. Da questo poi, col metodo di BRUNS, è facile il passaggio al sistema di sesto ordine.

Infine il LEVI-CIVITA (50) ha ottenuto con metodo nuovo, semplice e spontaneo la stessa riduzione, fissando anzitutto la posizione del piano dei tre corpi rispetto al piano invariabile con due angoli, e la posizione dei tre corpi nel loro piano con sei coordinate cartesiane. Sfruttando la trasformazione canonica del POINCARÉ, dopo aver

(49) *Treatise on the Analytical Dynamics*, § 159.

(50) *Sulla riduzione del problema dei tre corpi* [Atti R. Istituto Veneto, t. 74, pp. 907-939 (1914-1915)]. All'illustre Autore, che mi è stato largo di consigli, e ha permesso che prendessi visione delle bozze del suo nuovo ed importante lavoro, i miei più vivi ringraziamenti.

Osserviamo ancora che i signori J. PERCHOT e W. EBERT, *Sur la réduction des équations du problème des trois corps dans le plan* [Bull. astr., t. 16, pp. 110-117 (1899)] hanno applicato la teoria di JACOBI al caso del moto piano e ricondotta la riduzione alla ricerca di una soluzione particolare di una equazione a derivate parziali del 1° ordine.

Digitized by Google

ridotto il sistema differenziale cogli integrali delle aree, ha ottenuto in modo assai semplice il sistema ridotto di WHITTAKER.

Riassumendo adunque possiamo dire che: mostrata implicitamente da LAGRANGE, la possibilità di ridurre al sesto ordine il sistema di equazioni differenziali del problema dei tre corpi, i matematici, da JACOBI in poi, hanno effettuato con metodi più o meno semplici e diretti una tale riduzione, che ora si sa fare rapidamente e semplicemente, senza alterare la forma canonica delle equazioni del moto. Una riduzione ulteriore, valendosi dei soli integrali conosciuti, non è più possibile.

Digitized by Google

CAPITOLO III.

Problema degli *n* corpi. Casi particolari

Molti matematici si sono occupati della estensione, al caso del problema degli *n* corpi, di alcuni dei risultati di cui abbiamo precedentemente discorso e sopratutto della riduzione all'ordine minimo, $6n - 12$, del sistema di $3n$ equazioni differenziali di 2^0 ordine, col sussidio dei dieci integrali noti.

Citiamo anzitutto un lavoro di ALLÉGRET del 1875 (51) e quelli di GORAN DILLNER (52), i quali

(51) *Mémoire sur le problème des trois corps* [Journal de Mathém., s. 3, t. 1, pp. 277-316 (1876)]. A proposito di una polemica relativa ad alcuni risultati contenuti in questa memoria (per i tre corpi) vedasi: MATHIEU, *Sur le problème des trois corps* [Ibid. s. 3, t. 3, pp. 216-219 (1877); ALLÉGRET, *Note sur le problème des trois corps* [Ibid., pp. 422-466]; MATHIEU, *Réponse à la Note de M. Allégret sur le problème des trois corps*. [Ibid. s. 3, t. 4, pp. 61-62 (1878)].

(52) *Mémoire sur le problème des n corps* [Nova Acta Upsa-

Digitized by Google

contengono alcune eleganti trasformazioni delle equazioni differenziali; i preliminari di una teoria generale di queste trasformazioni ed il concetto di sostituzione integrante, senza peraltro giungere a risultati concreti di qualche importanza.

La riduzione del sistema all'ordine $6n - 12$ è pure dovuta al BETTI (53) il quale, supponendo qualsiasi la legge di attrazione, funzione delle sole distanze, ha seguito un procedimento simile a quello di LAGRANGE, occupandosi anzitutto della ricerca della configurazione del sistema.

La estensione del metodo di LAGRANGE al problema dei quattro corpi è stata oggetto di una

---

liensis Regiae Societatis Scientiarum. Volumen extra ordinem editum. In memoriam quattuor saeculorum, ecc. Pagine 18 (1877). In questa memoria si fa uso del calcolo dei quaternioni e l'A. credè aver determinato due nuovi integrali del problema; ma ciò fu dimostrato inesatto dal BRUNS nella recensione della suddetta memoria in *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik*, Bd. 18, pag. 788.

Om integration af differentialequationerna i n-kroppärs-problemet [Öfversigt of K. Vetens. Ak. Forhandlingar, 1882; n. 4, pp. 13-20; n. 8, pp. 9-29; 1886, pp, 173-184, 217-222; 1888, pp. 367-378].

Sur l'intégration des équations différentielles du problème de N corps [Annali di Matematica, s. 2, t. 11, 56-64 (1882-1883)]. *Mémoire sur la solution analytique du problème des n corps* [Nova Acta Upsaliensis, s. 3, t. 20 (1904)].

(53) *Sopra il moto di un sistema di un numero qualunque di punti che si attraggono o si respingono tra di loro* [Annali di Matematica, s. 2, t. 8, pp. 301-311 (1877)].

Digitized by Google

memoria di A. SEYDLER (54); egli riduce tutto alla integrazione di un sistema di cinque equazioni differenziali del secondo, e una di terzo ordine da cui però è possibile eliminare il tempo.

L'estensione del metodo di POINCARÉ e di WHITTAKER al caso degli n corpi è dovuta al sig. T. L. BENNET (55). Una elegante memoria del PIZZETTI (1860-1918) contiene l'osservazione che le varie e complicate formule pel passaggio da uno ad un altro di sistemi cartesiani aventi il centro in un punto variabile o nel centro di massa, possono essere semplificate col sussidio della teoria delle trasformazioni lineari; e l'A. ne fa applicazione al caso delle coordinate jacobiane deducendone agevolmente l'espressione della forza viva, ciò che in sostanza equivale alla riduzione di una forma quadratica a forma canonica (56).

---

(54) *Ausdehnung der Lagrange'sche Behandlung des Dreikörper-Problems, auf das Vierkörper-Problem* [Abhand. der math.-naturw. Klasse der K. böhmischen Gesell. der Wiss., s. 7, Bd. 1 (1885-1886). Prag.].

Questa memoria ha anche una semplice esposizione del metodo di LAGRANGE per i tre corpi e tale che, posta in quei termini, non è possibile secondo l'A., cadere nell'errore di HESSE.

(55) *On the Reduction of the Problem of n Bodies* [The Messenger of Mathematics, s. 2, v. 34, pp. 113-120 (1904)].

(56) *Sopra alcune equazioni fondamentali nel problema degli n corpi* [Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, v. 38, pp. 954-961 (1902-1903)].

Digitized by Google

Altre ricerche di indole generale hanno compiuto R. S. BALL (57), O. DZIOBEK (58), W. EBERT (59), E. O. LOVETT (60).

Il BALL ha dato un metodo semplice per far scomparire dalle equazioni generali di LAGRANGE le coordinate assolute e far soltanto comparire quelle relative degli n corpi, riducendosi così a $6n - 3$ equazioni; il sig. EBERT ha trasformato il sistema di equazioni differenziali del moto degli n corpi in un sistema canonico, sostituendo al tempo t una nuova variabile τ definita da:

$$d\tau = (\mathrm{T} + h)dt,$$

(T energia cinetica, h costante dell'energia); il nuovo sistema ammette, oltre i dieci soliti, un integrale di più; ma il risultato non fa fare un altro passo alla soluzione reale del problema. Finalmente il sig. LOVETT ha esteso al caso degli n

(57) *Note on a Transformation of Lagrange's Equations of Motion in Generalised Coordinates, which is convenient in Phisical Astronomy* [Monthly Notices, v. 37, pp. 265-268 (1877)]. Addition by Prof. CAYLEY, pp. 268-271.

(58) *Ueber die Differentialgleichungen der Relativbewegungen* [Astr. Nach., Bd. 147, pp. 161-174 (1890)].

(59) *Sur un système d'équations différentielles qui équivaut au problème des n corps, mais admet une intégrale de plus* [Comp. rend., t. 131, pp. 251-253 (1900)].

(60) *On a Problem including that of several Bodies and admitting of and additional Integral* [Transactions American Math. Society, v. 6, pp. 491-495 (1905)].

Digitized by Google

corpi, per una qualunque legge di attrazione funzione della distanza, le ricerche di BOUR e di BERTRAND.

Altre notevoli ricerche sul problema dei quattro corpi, soggetti a forze interne qualunque funzioni delle distanze, sono dovute al sig. WORONETZ (61). Eseguita la riduzione ad un sistema di dodici equazioni differenziali del primo ordine, egli ha considerato alcuni interessanti casi particolari; p. e. quando la forza di attrazione varia come la potenza — 3 della distanza e tre delle masse sono eguali il problema è riducibile alle quadrature; ha considerato il caso in cui tutte e tre le costanti delle aree sono nulle, e il caso in cui il movimento ha luogo in un piano, giungendo pur qui a casi riducibili a quadrature.

Altre ricerche si sono proseguite nell'indirizzo dei casi particolari di EULER e di LAGRANGE.

LIOUVILLE prima e poi GYLDÉN si sono occupati della stabilità del moto dei tre corpi in linea retta.

---

(61) *Ueber das Problem der Bewegung von vier Massenpunkten unter dem Einflusse von inneren Kräften* [Mathem. Annalen, Bd. 63, pp. 387-412 (1907)].

Dello stesso autore si può vedere un lungo lavoro sulle riduzioni di BOUR e BRIOSCHI e sul caso particolare in cui due delle masse sono eguali e il triangolo è isoscele, con casi di riduzione a quadrature ellittiche e ancora sul problema dei quattro corpi: *Trasformazione delle equazioni della dinamica per mezzo degli integrali lineari del moto* (coll'applicazione al problema degli *n* corpi) [Univ. Izviestia, v. 47, n. 1, 2; pp. 1-180 (1907)].

Digitized by Google

Prendendo occasione da una nota di LAPLACE (62), LIOUVILLE (1809-1882) ha dimostrato nel 1842 che per i tre corpi allineati, nella configurazione di EULER, il moto non è stabile (63); e la questione è stata riesaminata dal GYLDÉN (1841-1896) nella ipotesi che il rapporto tra le masse di due dei corpi (sole e satellite) sia assai piccolo (64). In questa memoria il GYLDÉN rileva anche la importanza di quei tre punti situati sulla retta e in cui occorre situare la terza massa perchè si abbia una configurazione di EULER, cioè una configurazione per cui il problema è risolubile per quadrature, punti che il GYLDÉN ha chiamato centri di librazione. Egli ha considerato la stabilità condizionale, per un tempo limitato, della traiettoria di un corpuscolo in vicinanza di uno dei centri di librazione e ne ha fatto una notevole applicazione alla spiegazione della debole luce che si osserva nella parte del cielo opposta al sole, dovuta, secondo il

---

(62) Vedi nota (24).

(63) *Extrait d'un mémoire sur un cas particulier du problème des trois corps* [Journ. de Mathém., t. 7, pp. 110-113 (1842)]; *Mémoire sur un cas particulier du problème des trois corps* [Additions à la Connaissance des temps pour 1845; Journ de Mathém, s. 2, t. 1, pp. 248-264 (1856)].

(64) *Om ett af Lagrange behandladt fall af tre-kroppärs-problemet* [Öfversigt af K. Vetens Ak. Förhandlingar, Bd. 41, pp. 3-11 (1884)]; *Sur un cas particulier du problème des trois corps* [Bull. astr., t. 1, pp. 361-369 (1884)].

Digitized by Google

GYLDÉN ed il MOULTON (65), a sciami di piccoli corpuscoli ritenuti in vicinanza di uno dei centri di librazione.

La stabilità del moto nel caso di LAGRANGE (corpi ai vertici di un triangolo equilatero) è stata considerata da G. GASCHEAU (1798-1883) (66), che ha concluso la stabilità, se il rapporto tra il quadrato della somma delle masse alla somma dei prodotti delle masse due a due è maggiore di 27; e poi, con maggior generalità, dal ROUTH (67). Questi suppose i lati invariabili, oppure variabili assai poco, e la legge di attrazione proporzionale alla potenza — k della distanza; e dimostrò che il moto non può essere stabile finchè $k < 3$; è stabile se k è negativo, oppure positivo ma minore di 1; e finalmente, limitandosi alla prima approssimazione, generalizzò la condizione del GASCHEAU.

---

(65) Il fenomeno, scoperto nel 1850, è appunto detto *Gegenschein*. F. R. MOULTON, *A Meteoric Theory of the Gegenschein* [The astron. Journal, v. 21, pp. 17-22 (1900), Boston] è giunto a risultati non dissimili da quelli di GYLDÉN.

(66) *Thèse d'Astronomie*: *Sur deux cas particuliers d'un problème des trois corps*. Bachelier, Paris, 1843. Per un riassunto vedi: *Examen d'une classe d'équations différentielles et application à un cas particulier du problème des trois corps* [Comp. rendus, t. 16, pp. 393-394 (1843)].

Su questo matematico vedi: DAGUIN [Mém. Acad. des Sciences de Toulouse, s. 8, t. 6, pp. 17-48 (2 sem. 1884)].

(67) *On Laplace's Three Particles, with a Supplement on the Stability of Steady Motion* [Proceedings London Mathem. Society, v. 6. pp. 86-97 (1895)].

Digitized by Google

Ricerche anche più generali sono dovute al LIAPUNOFF, il quale è partito dalla ipotesi che i lati varîno periodicamente col tempo e sia qualunque la legge di attrazione. Limitandosi alla prima approssimazione, la questione è ricondotta alla integrazione di una equazione differenziale lineare di quarto ordine a coefficienti periodici (determinati mediante sviluppi in serie); vi ha stabilità se l'equazione caratteristica ha radici il cui modulo è l'unità. Nel caso dell'attrazione newtoniana vi ha stabilità se una delle masse è sufficientemente grande rispetto alle altre due (68).

Altri autori hanno generalizzato i casi di EULER e LAGRANGE.

W. WELTMANN ha considerato il moto di più corpi sopra coniche aventi lo stesso fuoco, i corpi attraendosi secondo la legge di NEWTON. Dati gli assi delle coniche, le masse restano determinate da un sistema di equazioni lineari, il cui determinante è diverso o eguale a zero, secondo che il numero dei corpi è pari o dispari; ma in quest'ultimo caso l'A. ha erroneamente indotta la impossibilità del moto (basta riflettere al caso possibilissimo di $n = 3$) (69).

(68) *Sulla stabilità del moto in un caso speciale del problema dei tre corpi* [Matemat. Obsciestvo Soobscenija; s. 2, v. 2, pp. 1-14 (1889), Kharkow].

(69) *Bewegung in Kegelschnitten von mehr als zwei Körper welche sich nach dem Newton'sche Gesetz anziehen* [Astr. Nach., v. 86, pp. 17-30 (1875)].

Digitized by Google

Poco dopo TH. SLOUDSKY (70) e R. HOPPE (71) mostrarono la possibilità di risolvere il problema nella ipotesi che le masse dei corpi siano eguali e situate ai vertici di un poligono o di un poliedro regolare. Considerazioni più generali si devono ad R. LEHMANN-FILHÈS, il quale ha dimostrato che qualunque siano le masse, quattro corpi possono muoversi in guisa da restare ai vertici di un tetraedro regolare; e che n corpi possono restare allineati mantenendo invariati i rapporti tra le distanze. L'equazione di condizione, generalizzazione di quella di EULER, ha sempre radici reali (72).

O. DZIOBEK ha studiato dei casi di configurazioni piane di quattro corpi, quando restano inalterati i rapporti delle distanze; i quattro corpi debbono essere ai vertici di un quadrilatero concavo oppure il quarto deve trovarsi interno al triangolo formato dagli altri tre, e le distanze debbono soddisfare a una certa relazione (73).

Ma le ricerche più complete e generali si debbono

(70) *Sul problema di parecchi corpi* [Matem. Sbornik, Moskwa, IX (1878)]. *Note sur quelques cas particuliers du problème de plusieurs corps* [Bull. de la Société Impériale des Naturalistes de Moscou; Nouvelle série, t. 7, pp. 437-440 (1892)].

(71) *Erweiterung der bekannten Speciallösung des Dreikörperproblems* [Archiv der Mathematik und Physik, Bd. 64, pp. 218-223 (1879)].

(72) *Ueber zwei Fälle des Vielkörperproblems* [Astr. Nach., Bd. 127, pp. 137-144 (1891)].

(73) *Ueber einen merkwürdigen Fall des Vielkörperproblems* [Astr. Nach., Bd. 152, pp. 33-46 (1900)].

al PIZZETTI (74), il quale, partendo dai risultati conseguiti dai precedenti investigatori, ha dimostrato che nel caso di n corpi, non complanari, l'unico modo di spostamento che mantenga inalterati i rapporti delle distanze è quello omotetico, col centro nel centro di massa, e nel caso di quattro corpi poi l'unico possibile è quello del tetraedro regolare. Se poi gli n corpi sono in linea retta, i rapporti delle distanze possono rimanere inalterati, salvo un caso eccezionale.

La considerazione di altri casi, che però non presentano un particolare interesse, è dovuta ad A. E. FRANSEN (75), D. GORJATSCHEFF (76), THADÉE

(74) *Casi particolari del problema dei tre corpi* [Rend. R. Accademia Lincei, s. 5, v. 13, pp. 17-26 (1 sem. 1904)]. In un lavoro recente la sig. E. BREGLIA, valendosi delle omografie vettoriali, ha ridimostrato per via assai semplice i risultati del PIZZETTI ed anche quelli del sig. T. BANACHIEWITZ (vedi nota 77): *Su alcuni casi particolari del problema dei tre corpi* [Giornale di Matem., s. 3, v. 7, pp. 151-173 (1916)].

(75) *Ett specialfall af tre-kroppars problemet* [Öfv. af K. Vetens. Ak. Förhandlingar, v. 3, pp. 783-805 (1895)]. Si studia il caso in cui la configurazione dei tre corpi è un triangolo isoscele, riducendo il problema a quello di un punto soggetto a forze derivanti da un potenziale.

(76) *Sul problema dei tre corpi* [Izviestia Imp. Obsciestvo Lub.; Otd. Fiz. Nauk., Moskwa; t. 7, pp. 30-32; t. 8, pp. 38-40 (1895-1896)].

Si suppone che due delle masse siano eguali; che le loro distanze alla terza siano inizialmente eguali e le velocità iniziali siano simmetriche rispetto alla bisettrice del triangolo isoscele

Digitized by Google

BANACHIEWITZ (77), W. R. LONGLEY (78), WORONETZ (79) ed A. BILIMOWITCH (80).

e la velocità della terza massa diretta secondo la bisettrice interna. In tali ipotesi i corpi formano sempre un triangolo isoscele. Se poi la costante dell'energia è nulla, l'A. forma le equazioni differenziali delle traiettorie delle masse eguali e le studia. Questo caso era stato in precedenza esaminato già dal sig. K. BOHLIN, specialmente per riguardo alle questioni di stabilità, in una memoria del 1887 e di cui dovremo parlare. Vedi nota (148).

(77) *Sur un cas particulier du problème des trois corps* [Comp. rend., t. 142, pp. 510-512 (1906)]. Si considera l'attrazione inversamente proporzionale al cubo della distanza, nella ipotesi che il triangolo dei corpi ruoti intorno ad un asse in modo che i rapporti delle distanze restino costanti. Le traiettorie dei vertici hanno per proiezioni o una spirale di POINSOT o una spirale logaritmica e si enuncia il teorema che se la legge di attrazione è qualsiasi e si mantengono costanti i rapporti delle distanze, le traiettorie sono curve piane, eccetto il caso prima accennato.

(78) *Some particular Solutions in the Problem of n Bodies* [Bull. American Mathem. Society, s. 2, v. 13, pp. 324-335 (1906)]. Tratta del moto piano di n masse ruotanti con velocità costante su circoli e si considerano i casi particolari in cui le masse sono ai vertici di un rombo o di un quadrato, e le configurazioni simmetriche.

(79) *Alcuni casi particolari del moto di un sistema di punti materiali sotto l'azione di forze reciproche* [Univ. Izviestia, v. 45, n.° 11*d*, pag. 19 (1905), Kijew]. Contiene una generalizzazione del caso di SLOUDSKY, vedi nota (70), supponendo, oltre le masse ai vertici del poligono regolare, un'altra massa sulla normale nel centro del poligono e l'attrazione proporzionale alla potenza k della distanza e si studiano alcuni casi in cui il problema è riducibile alle quadrature.

(80) *Einige partikuläre Lösungen des Problems der n Körper*

Digitized by Google

Recentemente poi il sig. F. R. MOULTON si è più specialmente occupato del problema degli n corpi in linea retta, cercando di determinare i rapporti delle distanze in modo che, date le masse e per appropriate condizioni iniziali, i corpi restino

---

[Astr. Nach., Bd. 189, pp. 181-186 (1911)]; *Alcune soluzioni particolari del problema degli n corpi* [Univ. Izviestia, v. 52, n.° 6, 6 pagine (1912), Kijew]. Si tratta di un sistema composto di due gruppi di corpi ognuno dei quali si muove omoteticamente, il rapporto di omotetia essendo variabile da istante a istante. Le masse del primo gruppo sono eguali, e così quelle del secondo e si trovano ai vertici di due poliedri regolari omotetici, l'attrazione essendo proporzionale alla potenza n della distanza. Per $n = -3$ il problema è riducibile alle quadrature. Si considera ancora il caso in cui le masse del secondo gruppo sono sulle normali condotte dal centro del poliedro alle facce e ad egual distanza dal centro, in modo quindi da formare i vertici del poliedro polare; ancor qui per $n = -3$ il problema si riduce alle quadrature.

Finalmente è da citare un lavoro riassuntivo, che si connette coi movimenti omografici e colle soluzioni particolari ottenute col metodo di LAPLACE, del sig. ERIK BREHM, *Particuläre Integrale des Problems der drei Körper* [Inaug. Dissertation, Berlin 1908, pagine 55].

Il sig. E. J. WILCZYNSKI, prima in una breve comunicazione del Bull. American Mathem. Society, s. 2, v. 16, pp. 297-298 (1909-910); *On the Problem of Three Bodies*; poi in esteso: *Ricerche geometriche intorno al problema dei tre corpi* [Annali di Matem., s. 3, t. 21, pp. 1-31 (1913)], si è occupato del caso del triangolo isoscele, con considerazioni di geometria, ricercando i casi nei quali una delle rigate descritte dai lati del triangolo diventa sviluppabile o si riduce ad un cono; il triangolo deve

Digitized by Google

sempre in linea retta. Si è anche proposto il problema di determinare le masse, quando sono date le posizioni dei corpi; problema perfettamente determinato per n pari (quantunque alcune delle masse potrebbero risultare negative); invece per n dispari, una delle masse può essere scelta ad arbitrio, purchè sia soddisfatta una certa condizione algebrica tra le coordinate (81).

Infine al sig. EBERT sono dovute alcune considerazioni sul problema dei tre corpi in spazi multipli (82).

---

essere in tal caso isoscele; oppure i casi in cui la curva descritta da uno dei tre corpi sia una linea asintotica delle precedenti rigate, in cui pure si ha la configurazione del triangolo isoscele; e ha ritrovato poscia le soluzioni di LAGRANGE e quelle di FRANSEN e GORJATSCHEFF.

(81) *The straight Line solutions of the Problem of N Bodies* [Annals of Mathem., s. 2, v. 12, pp. 1-17 (1910)].

(82) *Ueber das Dreikörperproblem in mehrdimensional Räumen* [Astr. Nach., Bd. 157, pp. 229-256 (1902)]. Il risultato della ricerca è che i problemi dei tre corpi in spazi con più di quattro dimensioni si possono ridurre allo stesso problema in un S_4 (che è problema con quattro gradi di libertà); tutti i problemi dei quattro corpi in spazi con più di sei dimensioni si possono ridurre a quello di un S_6.

Digitized by Google

CAPITOLO IV.

Integrali algebrici ed uniformi del problema degli *n* corpi

Dopo che CLAIRAUT ed EULER ebbero trovati i primi dieci integrali del problema degli *n* corpi; e che i tentativi di EULER per assegnare altri integrali riuscirono vani, anche pel problema infinitamente più semplice dei corpi in linea retta; non mancò qualche altro tentativo, purtroppo fallace, di aumentare il numero degli integrali (83). È ben noto che i sei integrali del centro di massa sono lineari nelle coordinate e nelle componenti delle velocità (tre di questi contengono anche linearmente il tempo); i tre delle aree sono bilineari nelle coordinate e velocità, e finalmente l'integrale della conservazione dell'energia è quadratico nelle componenti delle velocità ed algebrico nelle

(83) Vedi note (14), (15), (52).

Digitized by Google

coordinate (84). Era naturale domandarsi se esistessero altri integrali algebrici, oltre questi dieci, precisando meglio quanto si era domandato LAMBERT (85); ed un secolo di ricerche infruttuose rendevano più che giustificato il sospetto che alla domanda fosse da dare risposta negativa.

È dovuta al BRUNS, nel 1887, la dimostrazione di questo fatto importante, che nel problema degli n corpi, i soli integrali che siano algebrici nelle coordinate e nelle velocità (contenenti o no esplicitamente il tempo) sono funzioni dei dieci integrali noti (86). Più precisamente:

1° nel problema degli n corpi il ciclo degli integrali algebrici nelle cooordinate e nelle velocità e indipendenti dal tempo, è completo coi sette integrali primi noti;

2° il ciclo di quelli dipendenti dal tempo è completo coi dieci integrali noti;

3° nel sistema ridotto di sesto ordine nel problema dei tre corpi, non è ulteriormente possibile una separazione di variabili (analoga a quella

(84) Il Sig. KURT LEAVES, *The Ten Integrals of the Problem of n Bodies for Forces Involving the Co-ordinates and Their First and Second Differentials* [The Astr. Journal, v. 19, pp. 97-104 (1898)] ha considerato anche il caso che il potenziale delle forze dipenda dalle componenti della velocità, ricercandone la forma compatibile colla esistenza dei soliti dieci integrali.

(85) Vedi nota (18).

(86) Vedi nota (46).

Digitized by Google

che avviene nella eliminazione dei nodi) con trasformazioni algebriche di contatto;

4° nel sistema ridotto dei tre corpi, come pure in quello degli n corpi, non sussistono integrali che siano integrali di differenziali totali (87).

Circa dieci anni dopo il PAINLEVÉ estendeva il risultato del BRUNS, dimostrando che il problema dei tre e degli n corpi (anche se mobili in un piano o in linea retta) non ammette, all'infuori degli integrali noti, nessun altro integrale algebrico rispetto alle velocità (88). L'assenza di tali inte-

(87) Non è agevole esporre in brevi parole la bella ed acuta analisi del BRUNS, divenuta oramai classica. Una ottima e sufficientemente compendiosa esposizione si trova in WHITTAKER, *A Treatise on Analytical Dynamics*, Ch. XIV. Il lavoro del BRUNS ha avuto, com'è noto, grande influenza anche su altri campi della meccanica analitica; p. e., nel problema del giroscopio.

A proposito di questa memoria POINCARÉ, *Sur la méthode de Bruns* [Comp. rendus, t. 123, pp. 1224-1228 (1896)] ha osservato che una conclusione non è esatta; esistono cioè certi polinomi eccezionali, che egli costruisce, i quali rendono fallace una affermazione del BRUNS. Fortunatamente però per il problema dei tre corpi tali polinomi sono immaginari e non restano quindi infirmate le conclusioni del BRUNS.

Recentemente è tornato sull'argomento il sig. W. D. MACMILLAN: *On Poincaré's Correction to Bruns'theorem* [Bulletin of the American Mathem. Society, v. 15, pp. 349-355 (1913)].

(88) *Sur les intégrales premières de la Dynamique et sur le problème des n corps* [Comp. rendus, t. 124, pp. 173-176 (1897)]; *Mémoire sur les intégrales premières du problème des n corps* [Bull. Astr., t. 15, pp. 81-113 (1898)].

Digitized by Google

grali nel problema di EULER dei tre corpi in linea retta, oltre quello assegnato da EULER, era del pari considerata dai signori J. PERCHOT e W. EBERT (89).

A risultati ben più generali, in un certo senso, ma relativi però a quel caso particolare del problema dei tre corpi, che dovremo diffusamente trattare in seguito, conosciuto col nome di problema ristretto, era pervenuto il POINCARÉ quasi contemporaneamente al BRUNS. Nella grande memoria premiata a Stockholm, POINCARÉ ha dimostrato che, all'infuori dei noti, non esiste alcun integrale analitico uniforme rispetto alle variabili kepleriane (90); poscia nelle *Méthodes nouvelles* ha esteso lo stesso teorema al caso generale dei tre corpi, ma nella ipotesi che le masse siano sufficientemente piccole (91). E quest'ultimo teorema

---

(89) *Sur certaines intégrales premières des équations de la dynamique à deux variables; application à un cas particulier du problème des trois corps* [Comp. rendus, t. 126, pp. 725-728 (1898)].

(90) *Sur le problème des trois corps et les équationsde la Dynamique.* Mémoire couronné du prix de S. M. le Roi Oscar II le 21 janvier 1889 [Acta mathematica, t. 13, pp. 1-278 (1890)].

Se si cambiano variabili, il risultato del POINCARÉ potrebbe non sussister più, come vedremo risultare da una memoria del Prof. LEVI-CIVITA, di cui dovremo parlare in seguito. Vedi nota (129).

(91) *Les Méthodes nouvelles*, t. 1, pp. 250-254 (1892).

Digitized by Google

fu ancora generalizzato dal PAINLEVÉ che provò, nelle stesse ipotesi, la non esistenza, all'infuori dei noti, di altri integrali analitici uniformi, nel campo reale, per rispetto alle velocità (92).

Questi risultati negativi, così notevoli, se non escludono affatto la possibilità di una soluzione diretta in termini finiti del problema dei tre corpi, la rendono infinitamente poco probabile.

Il BOHLIN ha giustamente osservato che una equazione differenziale di secondo ordine a coefficienti costanti si integra immediatamente, senza che essa ammetta un integrale primo algebrico; ed allora si chiede: non sarà possibile trovare una soluzione diretta del problema dei tre corpi senza integrali intermediari? Ma le considerazioni da lui fatte sul problema dei tre corpi in linea retta circa il comportamento degli integrali nei punti critici; circa la impossibilità di esprimere le distanze dei tre corpi con sviluppi convergenti della natura di funzioni intere e sulle sostituzioni capaci di togliere le singolarità rispetto al tempo; non permettono di dare nessuna risposta alla questione (93).

---

(92) *Sur les intégrales uniformes du problème des ncorps* [Comp. rendus, t. 130, pp. 1699-1701 (1900)].

(93) *Analytische Merkmale des Dreikörper-Problems* [Astronomiska Jakttagelser och Undersökningar å Stockholms Observatorium, Bd. 9, n.° 1, pagine 72 (1908).]

Digitized by Google

Senza nemmeno attendere che la scienza avesse conseguiti, con sì grande sforzo, questa serie di risultati negativi, i matematici avevano già volto i loro sforzi alla ricerca della soluzione del famoso problema mediante sviluppi in serie.

Digitized by Google

CAPITOLO V.

Soluzioni approssimate per serie infinite; per serie trigonometriche. Ricerche di Sundman

I primi tentativi di risolvere il problema dei tre corpi mediante sviluppi in serie, si possono far risalire, come abbiamo già visto, a CLAIRAUT, D'ALEMBERT, EULER e LAMBERT. Con LAPLACE e LAGRANGE il metodo degli sviluppi in serie acquista maggior rigore e maggior importanza e si fonda la teoria delle perturbazioni.

Il concetto che domina questa teoria si può riassumere in poche parole. Il moto di uno dei corpi rispetto ad un altro, supposto non esista il 3°, è un moto kepleriano; la presenza di un terzo, di un quarto corpo perturba questo movimento. L'ellisse kepleriana non risulta più fissa; ma i suoi elementi,

Digitized by Google

eccentricità, grande asse, inclinazione, variano continuamente. Si stabilirono le equazioni differenziali cui soddisfano le variazioni degli elementi ellittici (ineguaglianze) e se ne tentò la integrazione approssimata.

La integrazione per serie mostrò subito (fin dai primi lavori di D'ALEMBERT) la esistenza di termini contenenti il tempo sotto forma trigonometrica (termini periodici) e termini contenenti il tempo a fattore (termini secolari). La comparsa di questi termini, data la periodicità dei moti celesti, è dovuta al metodo seguìto nella integrazione; e sarebbero certamente mancati se si avesse avuto un metodo per risolvere in modo rigoroso il problema. Si cercò quindi di eliminare e di sostituire ad essi nuovamente termini periodici.

Senza voler entrare in molti particolari, estranei del resto alla vera questione che ci occupa, vogliamo soltanto accennare che LAPLACE nel 1773 mostrò che la distanza media di un pianeta dal sole (semiasse maggiore dell'orbita) non ha ineguaglianze secolari, se si trascurano negli sviluppi in serie i termini colle potenze delle masse superiori alla prima e i termini di terzo ordine nelle eccentricità ed inclinazioni; e LAGRANGE (1776) provava la verità dello stesso risultato tenendo anche conto di tutte le potenze delle eccentricità e inclinazioni. POISSON quindi, in una memoria del 1808, estendeva ancora il risultato considerando i quadrati

Digitized by Google

delle masse; ma pel caso dei cubi la sua analisi del 1816 non è corretta (94).

Lavori relativamente recenti hanno semplificato ed esteso i risultati precedenti. E tra questi ci basterà citare anzitutto quelli del 1875 del TISSERAND (1845-1896) (95) che ha semplificato l'analisi di POISSON valendosi della riduzione e trasformazione di RADAU, e di MATHIEU che si è valso della solita riduzione di JACOBI ed ha potuto dimostrare che l'inversa del grande asse non ha ineguaglianze secolari dei primi tre ordini (96). Il

(94) Oltre l'opera già citata del GAUTIER, si veda anche la *Mécanique céleste* di LAPLACE, t. 5, pp. 351-357.

Metodi generali per ottenere lo sviluppo in serie del raggio vettore, della longitudine e latitudine di un pianeta perturbato sono esposti in una vecchia ma interessante memoria di J. CHALLIS, *On the Problem of Three Bodies* [Proceed. of the R. Society, v. 8, p. 117 (1856); Phil. Trans., v. 156, pp. 523-545 (1856)] alla quale si riferisce l'altra di R. DEL GROSSO, *Nota sul problema dei tre corpi* [Rendiconto dell'Accademia Pontaniana di Napoli, 1862, pagine 32].

Non abbiamo potuto studiare il lavoro di J. ESCARY, *Mémoire sur la théorie générale du mouvement des planètes autour du soleil*, Foix 1896; ma dall'esame dell'indice crediamo che esso non entri nel quadro del nostro lavoro.

(95) *Mémoire sur un point important de la théorie des pertubations planétaires* [Mémoires de l'Académie de Touluose, s. 7, v. 7, pp. 374-388, (1875)); Annales scientifiques de l'École Normale supér., s. 2. v. 7, pp. 261–274 (1875); Comp. rendus, t. 82, pp. 442–445 (1876)].

(96) *Mémoire sur les inégalitéssèculaires des grands axes des orbites des planètes* [Comp. rendus, t. 79, pp. 1045–1049 (1874); Journal f. r. und angew. Mathematik, Bd. 80, pp. 97–127 (1875)].

Digitized by Google

sig. SPIRU C. HARETU, riprendendo la memoria del 1816 di POISSON, ha dimostrato che la invariabilità dei grandi assi non esiste pei termini di terzo ordine nelle masse (cubi delle medesime) per la presenza di un termine di terzo ordine, proporzionale al tempo, di cui peraltro egli non ha dato l'espressione analitica (97). Queste ricerche furono completate da quelle di TISSERAND (98) e di EGINITIS (99). TISSERAND si fonda sulla teoria di DELAUNAY cercando, in funzione del tempo, gli elementi osculatori, ed il grande asse dell'ellissi kepleriana in funzione delle masse e dei rapporti dei moti medi; e da queste espressioni potè dedurre che la invariabilità non si estende ai termini di quarto e nemmeno a quelli di terzo, come già aveva provato l'HARETU. L'EGINITIS riprese e completò l'analisi di quest'ultimo dimostrando che: i grandi assi delle orbite planetarie sono soggetti ad ineguaglianze secolari di terzo ordine eccessivamente piccole; che tali ineguaglianze sono periodiche e a periodo molto lungo, di modo

(97) *Sur l'invariabilité des grands axes des orbites planétaires* [Comp. rendus, t. 85, pp. 504–506 (1877); Annales de l'Observatoire de Paris, Mémoires, t. 18, pagine 39 (1883)].

(98) *Sur un point de la théorie de la lune* [Comp. rendus, t. 106, pp. 788–793 (1888)].

(99) *Sur la stabilité du système solaire* [Comp. rendus, t. 108, pp. 1156-1159 (1889); *Mémoire sur la stabilité du système solaire* [Annales de l'Observatoire de Paris, Mémoires, t. 19].

Digitized by Google

che possono supporsi proporzionali al tempo durante parecchi secoli (100).

Ricerche generali sui sistemi canonici con r gradi di libertà e sulle condizioni perchè nello sviluppo della funzione perturbatrice manchino termini dei primi tre ordini sono dovute ad ANDOYER (101). Lo CHARLIER poi ha dato una dimostrazione molto semplice della validità degli sviluppi in serie ordinate secondo le potenze delle masse perturbatrici; sviluppi che però non posseggono la con-

(100) Ricordiamo ancora lo sviluppo dato da ADAMS per la reciproca del raggio vettore medio della luna. La parte non periodica di esso si sviluppa a sua volta in serie contenente le potenze pari dell'eccentricità e del seno della metà dell'inclinazione. Tra i coefficienti di tale serie esistono delle curiose e notevoli relazioni. *Note on a remarquable Property of the analytical Expression for the constant Term in the reciprocal of the Moon's Radius vector* [Monthly Notices, t. 38, pp. 460-472 (1878)]. Un'altra dimostrazione è dovuta ad E. W. BROWN, *On certain properties of the Mean Motions and the Secular Accelerations of the principal arguments used in the lunar Theory* [Proceedings London Mathem. Society, t. 28, pp. 143-155 (1897)].

Una dimostrazione molto semplice è dovuta al sig. L. PICART, *Démonstration du théorème d'Adams; existence d'une proposition analogue* [Comp. rendus, t. 131, pp. 663-665 (1900)], colla considerazione di un invariante integrale relativo alle equazioni del moto lunare, quando si trascurano i termini parallattici.

(101) *Sur l'extension que l'on peut donner au théorème de Poisson, relatif à l'invariabilité des grands axes* [Comp. rendus, t. 123, pp. 790-793 (1896)].

Digitized by Google

vergenza uniforme, essendo il raggio di convergenza per le masse, in generale, funzione del tempo durante il quale la soluzione stessa è valida (102).

I lavori di DELAUNAY, poi quelli di HILL che aprono un nuovo orizzonte per lo studio del nostro problema, riguardano più particolarmente il problema ristretto e li esamineremo diffusamente nel prossimo capitolo.

Tornando invece all'indirizzo dei fondatori della meccanica celeste, diciamo brevemente delle soluzioni per serie trigonometriche, almeno nelle ipotesi che più interessano le applicazioni al sistema del mondo.

Nel 1874 il NEWCOMB (1835-1909) (103) ha riconosciuto che, sotto certe condizioni, si possono

---

(102) *Sur la convergenced es développements suivant les puissances des masses des planètes* [Bull. Astr., t. 19, pp. 380-385 (1902)]; *Die Mechanik des Himmels*, Bd. 2, p. 298. Leipzig 1907. Tuttavia lo stesso autore (l. c., p. 303) ritiene probabile che la convergenza sia uniforme.

Per più ampi e ricchi particolari bibliografici vedasi: H. BURKHARDT, *Entwicklungen nach oscillirenden Functionen und Integration der Differentialgleichungen der matematischen Physik*, § 22, 23 [Jahresbericht der Deuts. Mathem.-Vereinigung, Bd. X, 1908].

(103) *On the general Integrals of Planetary Motion* [Smithsonian Contributions to Knowledge; v. 21, pagine 31, (1874)]. Sono pure notevoli i lavori seguenti: *Théorie des perturbations de la lune qui sont dues à l'action des Planètes* [Journ. de Mathém., s. 2, v. 16, pp. 321-368 (1871)]; *Note sur un théorème de méca-*

Digitized by Google

esprimere formalmente le coordinate dei tre corpi con funzioni trigonometriche di più argomenti, a loro volta funzioni lineari del tempo. Egli ha anzi considerato in generale un problema di $n + 1$ corpi di cui uno è fisso e gli altri si muovono con moto quasi uniforme su orbite poco diverse dalle circolari; valendosi della trasformazione di JACOBI-RADAU ed assumendo per le coordinate relative degli n pianeti delle serie trigonometriche della natura detta, mostra col metodo delle successive approssimazioni e della variazione delle costanti arbitrarie, la possibilità di determinare i coefficienti delle funzioni seno e coseno e quelli delle funzioni lineari che figurano negli argomenti. In altre parole egli dimostra che quando si ha una soluzione approssimata di quella forma trigonometrica, se si procede ad una ulteriore approssima-

---

nique céleste [Comp. rendus, t, 75, pp. 1750–1753 (1872)]. In questa nota, ammesso che le coordinate possano esprimersi mediante serie trigonometriche, mostrò che le costanti che moltiplicano il tempo sono le derivate del viriale rispetto alle costanti canoniche. Queste proprietà furono generalizzate dal SIACCI, *Sur un théorème de mécanique céleste* [Comp. rendus, t. 75, pp. 1750–1753 (1872)], senza fare alcuna ipotesi sulla espressione di dette coordinate mediante serie trigonometriche.

Che poi il numero degli argomenti indipendenti da figurare in queste serie, sia $3(n-1)$ pel problema degli n corpi, è stato provato da P. HARZER: *Ueber die Argumente des Problems der n Körper* [Astr. Nach., t. 120, pp. 193–218 (1889)]. Il metodo del NEWCOMB è, naturalmente, di carattere formale

Digitized by Google

zione sviluppata secondo le potenze dell'errore della prima, ogni successiva approssimazione può essere espressa in quella forma trigonometrica.

L'argomento fu nuovamente considerato dal Prof. ANDERS LINDSTEDT (104) nel 1882. Egli si occupò anzitutto della integrazione della celebre equazione

$$\frac{d^2x}{dt^2} + n^2x = \mu\varphi(x, t)$$

già incontrata da D'ALEMBERT, LAGRANGE, HILL e GYLDÉN; φ è sviluppata in una serie secondo le potenze ascendenti di x con coefficienti funzioni periodiche del tempo; e ancora dei sistemi

$$\frac{d^2x_i}{dt^2} = \Sigma_k \psi_k^{(i)} P_k^{(i)}(x_1, x_2, \ldots x_n) \; ; \; (i = 1, 2, \ldots n)$$

essendo le P funzioni intere degli argomenti e ψ serie trigonometriche di un certo numero di argomenti proporzionali al tempo. Il metodo adottato è quello delle successive approssimazioni e fu perfezionato da POINCARÉ (105). Successivamente

(104) *Beitrag zur Integration der Differentialgleichungen der Störungstheorie* [Mém. Académie Impériale des Sciences de St. Pétersbourg, s. 7, t. 31, n.° 4 (1883)].

(105) *Sur une méthode de M. Lindstedt* [Bull. astr., t. 3, pp. 57–61 (1886)]; *Sur les séries de M. Lindstedt* [Comp. rendus, t. 108, pp. 21–24 (1889)]. Il metodo seguito dal LIND-

Digitized by Google

il LINDSTEDT fece applicazione dei risultati conseguiti in questi lavori al problema dei tre corpi, sempre però con speciale riguardo alle particolari condizioni presentate dai pianeti e dai loro satelliti. Il punto di partenza è il sistema di equazione stabilite da LAGRANGE, ridotto a quattro equazioni differenziali di secondo ordine; e queste vengono appunto integrate per serie trigonometriche, giungendo quindi alla determinazione, puramente formale, delle distanze dei tre corpi mediante serie trigonometriche di quattro argomenti, che a loro volta sono funzioni lineari del tempo (106). L'analisi del LINDSTEDT fu semplificata dal TISSERAND, il quale si è ancor qui valso con successo della ri-

---

STEDT non dava la certezza che esso potesse applicarsi alle approssimazioni successive alla prima; nella prima di queste note POINCARÉ ne ha dimostrato la completa validità con una ingegnosa applicazione del teorema di GREEN e degli invarianti integrali; poscia, nella seconda, sostituendo all'equazione da integrare un sistema canonico, ha tutto ridotto alla integrazione per serie della corrispondente equazione di HAMILTON-JACOBI. Vedasi: *Les Méthodes nouvelles*, t. 2, pp. 18 e seg.

(106) *Sur la forme des distances mutuelles dans le problème des trois corps* [Comp. rendus, t. 97, pp. 1276–1278, 1353–1355 (1883)]; *Ueber die Bestimmung der gegenseitigen Entfernungen in dem Probleme der drei Körper* [Astr. Nach., Bd. 107, pp. 197–214 (1883)]; *Sur la détermination des distances mutuelles dans le problème des trois corps* [Annales scient. de l'École Normale Supér., s. 3, t. 1, pp. 85–102 (1884)]; *Sur les séries trigonométriques dans le problème des trois corps* [Bull. astr., t. 3, pp. 217–221 (1886)].

Digitized by Google

duzione di RADAU e del metodo di integrazione di DELAUNAY (107). Ricerche recenti si debbono pure al sig. H. v. ZEIPEL; nella ipotesi che due delle masse siano dello stesso ordine di grandezza e molto piccole rispetto alla terza, egli ha espresso, valendosi dello stesso metodo di TISSERAND, gli elementi ellittici sotto forma di serie trigonometriche che sono in fondo serie di LINDSTEDT. Ma per la loro esistenza occorre che le orbite siano circolari e che le radici di una certa equazione biquadratica siano reali e diverse; e pare in ogni modo notevole la conclusione che, se l'orbita di un asteroide ha una inclinazione superiore a circa 30°, le serie di LINDSTEDT non esistono. Ciò forse spiega il fatto veramente sorprendente che tra

---

(107) *Note sur un théorème de M. A. Lindstedt concernant le problème des trois corps* [Comp. rendus, t. 98, pp. 1207–1213 (1884)]; *Mémoire sur le problème des trois corps* [Ann. de l'Observ. de Paris, Mémoires, t. 18, pagine 19 (1885)]. Il TISSERAND ha in questi lavori esteso il teorema di LINDSTEDT; il quale a sua volta dedusse il risultato del TISSERAND dalla propria teoria: *Ueber ein Theorem des Herrn Tisserand aus der Störungstheorie* [Acta Mathem., t. 10, pp. 381–384 (1887)]. Posteriormente il WEILER, senza conoscere i lavori del NEWCOMB, espresse le coordinate dei tre corpi con le stesse serie trig.: *Ueber di Form der Integrale in dem Problem der drei Körper* [Astr. Nach., Bd. 116, pp. 17–24 (1887)].

Si veda ancora: POINCARÉ, *Sur l'application de la méthode de Lindstedt au problème des trois corps* [Comp. rendus, t. 114, pp. 1305–1309 (1892)].

Digitized by Google

500 pianetini, uno solo (Pallade) ha una inclinazione superiore a 30° (108).

Profondi studi, continuati per oltre quindici anni, dal 1881 sino alla prematura morte, si debbono al GYLDÉN. Valendosi di appropriate variabili, di una serie di delicate per quanto artificiose considerazioni, dell'impiego della orbita intermediaria, ossia di un'orbita ellittica mobile, non avente, come la kepleriana, fissa la linea degli apsidi (condizione essenziale per la convergenza delle successive approssimazioni), e dell'orbita assoluta; egli ha del pari ridotto la questione della integrazione per serie trigonometriche a quella della integrazione di equazioni differenziali di secondo ordine del tipo già accennato, o più generalmente ad equazioni di LAMÉ, che ha studiato con tutte le risorse dell'analisi moderna. Le applicazioni più notevoli di questi metodi si devono ai suoi allievi, HARZER, BRENDEL e BACKUND e riguardano la teoria dei piccoli pianeti (109).

---

(108) *Sur la forme générale des éléments elliptiques dans le problème des trois corps* [Bihang till K. Svenska Vet.-Ak. Hand. lingar, Bd. 24, n.° 8, pagine 51 (1898)]: *Recherches sur les séries de M. Lindstedt* [Ibid., Bd. 26, n.° 8, pagine 23 (1901)].

(109) I limiti imposti a questo sguardo sintetico; la complicazione dei metodi seguiti dal GYLDÉN e che poco si presta, secondo me, ad una esposizione molto sommaria, non mi consentono di dire di più. Debbo quindi rinviare il lettore al rapporto del WHITTAKER e a quello di HILL citati alla nota (2);

Digitized by Google

Citiamo ancora i metodi proposti del BOH-

---

nonchè al secondo volume delle *Méthodes nouvelles* del POINCARÉ. L'opera fondamentale del GYLDÉN è il: *Traité analytique des orbites absolues des huit planètes principales*, il cui primo volume fu pubblicato nel 1893 ed il secondo nel 1908, dopo la morte dell'autore, dal BACKLUND colla cooperazione del SUNDMAN e v. ZEIPEL. Per un elenco completo di tutte le pubblicazioni del GYLDÉN si può consultare la necrologia fatta dal BACKLUND in Vierteljahrsschrift der Astr. Gesell., Leipzig, 32 Jahrgang, 1897, pp. 8-32.

Circa poi le « *Nouvelles méthodes sur les séries employées dans la théorie des planètes* [Acta Math., t. 15, pp. 65–190 (1891); t. 16, pp. 1–168 (1893)] e ai nuovi metodi oristici del GYLDÉN il POINCARÉ, a proposito di lavori di STOCKWELL e BACKLUND, ha fatto vedere che il primo dei metodi proposti (si tratta sempre di metodi di approssimazione) è soggetto a gravi obbiezioni e in certi casi conduce a risultati errati; *Sur la théorie de la précession* [Comp. rendus, t. 132, pp. 50–51 (1901)]; e quanto al secondo, *Sur la méthode horistique de Gyldén* [Ibid., t. 138; pp. 933–936 (1904)] se vi sono dei casi in cui è *inoffensif*, non vi sono mai dei casi in cui è utile. L'esame approfondito di questi metodi è stato fatto dal POINCARÉ: *Sur la méthode horistique de Gyldén* [Acta Mathem., t. 29, pp. 235–272 (1905)] posteriormente alla pubblicazione delle *Méthodes nouvelles*. Nella introduzione a questa memoria egli dice:

« Gyldén a rendu de très grands services à la Science; il a « créé un certain nombre de méthodes nouvelles qui ont pu « être appliquées avec succès et dans certains cas substituées « avec avantage aux anciens procédés. La plupart des mé- « thodes qu'il a proposé dans ses premiers écrits etaient cor- « rectes; Harzer et Brendel en ont tiré une théorie des petites « planètes. Ces méthodes, à la vérité, n'étaient pas sans incon- « vénient; elles donnaient lieu à une foule de complications

Digitized by Google

LIN (110), e quasi contemporaneamente dal POINCARÉ (111), intesi ad evitare i piccoli divisori nelle

« inutiles; au lieu de prendre le temps pour variable indépen-
« dante, elles prennent la longitude vraie, ou des variables auxi-
« liaires peu différentes de cette longitude; elles introduisent
« une foule de variables parasites et encombrantes. Il en ré-
« sulte que les équations perdent leur forme canonique, et que,
« si l'on veut simplement écrire par exemple l'équation des
« forces vives, il faut se livrer à des calcus interminables. J'e-
« stime donc que ces méthodes, quelques intéressantes qu'el-
« les aient été autrefois, n'ont plus aujourd'hui qu'un intérêt
« historique, et qu'on ne saurait plus en reccommander l'em-
« ploi, parce que maintenant il y en a d'autres, comme par
« exemple celles de Hill et de Brown, qu'ont les mêmes avan-
« tages sans avoir les mêmes inconvénients.

« Plus tard Gyldén est entré dans une voie nouvelle et a
« abouti à des résultats qu'il a rassemblé dans un ouvrage —
« Nouvelles méthodes etc. —. Moins heureux que dans ses pre-
« miers travaux, il s'est cette fois complètement trompé ».

Il sig. HUGO BUCHOLZ, nipote di GYLDÉN, nella terza edizione della *Theoretische Astronomie* von Dr. W. KLINKERFUES, Braunschweig, Vieweg u. Sohn, 1912, ha difeso l'opera del GILDÉN. È bene tener presente che un lungo lavoro del sig. BUCHOLZ, *Die Gyldén'sche horistische Integrationsmethode des Problems der drei Körper und ihre Convergenz* [Abhand. der Kaiserl. Leopol.-Carol. deutschen Akademie der Naturforscher, Bd. 81, n.° 3 (1903)] fu origine di una polemica col signor O. BACKLUND: *Bemerkungen zu Dr. Bucholz Abhandlung « Die Gyldén'sche* etc. » [Astr. Nachr., Bd. 163, pp. 353–356 (1903)].

(110) *Ueber eine neue Annäherungsmethode in der Störungstheorie* [Bihang till K. Svenska Vet. Ak. Handlingar, Bd. 14 n.° 5 (1888)]; *Zur Frage der Convergenz des Reihenentwickelungen in der Störungstheorie* [Astr. Nach., Bd. 121, pp. 17–24 (1888–1889)].

(111) Vedi nota (105).

Digitized by Google

serie trigonometriche; essi hanno sempre per punto di partenza lo studio della solita equazione differenziale di secondo ordine (da alcuni detta di LINDSTEDT-GYLDÉN), sostituito da quello di un sistema canonico e poscia dalla corrispondente equazione di HAMILTON-JACOBI.

Ed a questo indirizzo si riferiscono ancora i lavori del BROWN (112), che ha in generale considerato l'integrazione per serie trigonometriche dell'equazione di HAMILTON-JACOBI e ne ha fatta applicazione alla teoria della luna; di ANDOYER (113); di WHITTAKER (114), che ha in generale considerato la soluzione per serie trigonometriche di un problema generale di dinamica, ridotto con una trasformazione di contatto ad un problema di equilibrio; dello CHARLIER (115) e del BOH-

(112) *On the Application of the Principal Function to the Solution of Delaunay's Canonical System of Equations* [Proceedings London Mathem. Society, t. 27, pp. 385–390 (1896)]; *On the Application of Jacobi's Dynamical Method to the general Problem of Three Bodies* [Ibid., t. 28, pp. 130–142 (1897)]; *On certain Properties of the Mean Motions and the Secular Acceler.* etc. [Ibid., t. 28, pp. 143–155 (1897)], lavoro già citato alla nota (100).

(113) *Sur les formules générales de la Mécanique céleste* [Ann. de la Faculté des Sciences de Toulouse, t. 4, K, pagine 35 (1890)].

(114) *On the Solution of dynamical Problems in terms of trigonometric Series* [Proceedings London Mathem Society, v. 34, pp. 206–221 (1902); *Analytical Dynamics*, § 182–184].

(115) *Ueber die trigonometrische Form der Integrale des Problems der drei Körper* [Arkiv för Mathem. Astr. och Fys., Bd. 1, pp. 449–455 (1904)].

Digitized by Google

LIN (116), con riguardo sopratutto al problema dei tre corpi in generale, a quello dei tre corpi in linea retta ed al problema di V. HAERDTL di cui dovremo occuparci (117).

Ma tutti questi lavori, lo abbiamo già avvertito, hanno un carattere puramente formale, non considerandosi affatto la questione della convergenza; questione che, dal punto di vista pratico, l'astronomo ha sempre mezzo di risolvere sperimentalmente, per convenienti periodi di tempo. È uno dei grandi meriti del POINCARÉ quello di aver assoggettato ad un esame minuto e profondo le serie trigonometriche considerate nei precedenti lavori, e di averne dimostrata la divergenza in memorie che di poco procedettero la grande memoria degli Acta.

---

(116) *Integralentwickelungen des Dreikörper-Problems* [Astr. Jakttg. Stockholms. Observ., Bd. 9, n.° 2, pagine 141 (1908); n.° 3, pagine 47 (1911)]; *Sur le développement des intégrales du problème des trois corps* [Arkiv för Mathem. Astr. och Fys., Bd. 8, n.° 33, pagine 8 (1913)].

(117) Vedi nota (175). Citiamo ancora i seguenti lavori cheriguardano la integrazione per serie dei sistemi canonici e la teoria generale delle perturbazioni:

T. WAND, *Ueber die Integration der Differentialgleichungen, welche die Bewegungen eines Systems von Punkten bestimmen* [Astr. Nach., Bd. 126, pp. 129–138; Bd. 127, pp. 253–360; Bd. 130, pp. 377–390 (1891–92)].

R. v. KÖVESLIGTETHY, *Störungen im Wielkörperproblems* [Mathem. u. Natur. Berichte aus Ungarn, Bd. 13, pp. 380, 412 (1897), Budapest].

Digitized by Google

POINCARÉ ha osservato che i termini di queste serie decrescono rapidamente e poi crescono; ma poichè pei bisogni della pratica noi ci arrestiamo ai primi termini, assai prima anzi che questi termini abbiano cessato di decrescere, così anche queste serie, tuttochè divergenti, possono essere utili.

Ossia, ripetendo una osservazione di CEBICEFF, perchè una serie possa essere utilizzata in astronomia, non è necessario che essa sia convergente nel senso dato a questa parola dai geometri; basta che l'errore commesso, quando ci arrestiamo ad un certo termine della serie, resti, per un certo tempo, inferiore ad una quantità sufficientemente piccola. Questa circostanza spiega perchè queste serie rappresentano molto sensibilmente il moto degli astri, e spiega altresì l'equivoco, spesso avvenuto, tra astronomi e geometri a proposito di tali serie. La divergenza di questi sviluppi, osserva ancora POINCARÉ, non avrebbe altri inconvenienti che se si volessero applicare per stabilire rigorosamente certi risultati sulla stabilità del sistema solare.

I principali risultati dimostrati dal POINCARÉ dal 1882 in poi (118) sulle serie di LINDSTEDT sono i seguenti:

Se tali serie sono assolutamente convergenti

(118) *Sur les séries trigonométriques* [Comp. rendus, t. 95, pp. 766–768 (1882); t. 97, pp. 1471–1473 (1884); t. 101, pp. 1131-

Digitized by Google

in un intervallo di tempo, piccolo quanto si vuole, esse saranno pure assolutamente convergenti per qualsiasi valore del tempo; se la convergenza non è uniforme, la serie può assumere valori indefinitamente grandi; più precisamente, può crescere oltre ogni limite o può oscillare entro limiti che a loro volta crescono indefinitamente; finalmente le serie di LINDSTEDT non convergono uniformemente per tutti i valori delle costanti da cui esse dipendono e non è nemmeno certo che si possano scegliere le costanti stesse in modo che esse convergano. Gli stessi risultati valgono per tutte le altre serie e anche per quelle del BOHLIN (119).

Altri fatti notevoli, a proposito delle serie trigonometriche che compariscono nella teoria delle perturbazioni, erano segnalati per la prima volta

---

1134 (1885)]; *Sur la convergence des séries trigonométriques*) [Bull. astr., t. 1, pp. 319–327 (1884)]; *Sur la divergence des séries de la Mécanique céleste* [Comp. rendus, t. 122, pp. 497–499 (1896)]; *Sur la divergence des séries trigonométriques* [Ibid., pp. 557–559]. Queste due ultime note riguardano una polemica con HILL: *On the Convergence of the Series used in the Subject of Perturbations* [Bulletin American Mathem. Society, t. 2, pp. 93–97 (1896)]; e *Remarks* già citati alla nota (2). HILL credeva poter infirmare alcune delle conseguenze del POINCARÉ. *Sur la façon de grouper les termes des séries trigonométriques qu'on rencontre en Mécanique céleste* [Bull. astr., t. 2, pp. 289–310 (1898)]. Si veda ancora la grande memoria degli Acta Mathem. e *Les Méthodes nouvelles*, vol. 2, ch. 13.

(119) *Méthodes nouvelles*, vol. 2, pp. 388, 452.

Digitized by Google

dal BRUNS nel 1884 (120). Quando si tien conto delle sole perturbazioni di primo ordine (quindi di quelle dipendenti dalle sole anomalie medie dei pianeti), si è condotti alla considerazione di serie di potenze assolutamente convergenti in un cerchio di raggio minore di uno, e a quella di altre serie il cui termine generale è eguale al termine generale delle serie precedenti diviso per $i - vi'$, dove v è il rapporto dei moti medi dei due pianeti, i ed i' due qualunque numeri interi positivi o negativi; di più l'esponente di un tal termine eguaglia o supera il valor assoluto della differenza di questi

---

(120) *Bemerkungen zur Theorie der allgemeinen Störungen* [Astr. Nach., Bd. 109, pp. 215–222 (1884)]. In questa importantissima memoria il BRUNS fa questa osservazione, di cui vedremo la importanza a proposito delle recenti ricerche di SUNDMAN (Nota (132)): « Hier sind (cioè nel problema gene- « rale dei tre corpi) die Coordinaten unendlich-vieldeutig ana- « lytische Funktionen der Zeit; die eindeutige und beständig « gültige Form der Darstellung wird dadurch erreicht, dass die « Coordinaten und der Zeit durch Hülfsvariable ausgedrücht « werden, deren Zahl beim Dreikörperproblem mindestens gleich « zwei ist. Beiläufig möge hier erwähnt worden, dass man beim « Dreikörperproblem, wenn r, r', r'' die drei Distanzen zwi- « schen den Körpern bedeuten, gewisse nachweisbar auftretende « Verzweigungspunkte durch die Einführung der drei Hülfsva- « riabeln

$$u = \int \frac{dt}{r} , \quad u' = \int \frac{dt}{r'} , \quad u'' = \int \frac{dt}{r''} ,$$

« beseitigen kann ».

Digitized by Google

due numeri. Prescindendo dai valori razionali di v, il BRUNS ha dimostrato che, in qualunque intervallo, anche arbitrariamente piccolo, vi sono infiniti valori (punti) v per cui la serie è convergente ed infiniti punti per cui è divergente; i due insiemi sono egualmente densi (121). Quando poi occorra considerare le serie aventi per termine generale quello ora detto accompagnato da un termine periodico, si ripresentano naturalmente le stesse particolarità; e le funzioni che nascono dalla loro integrazione termine a termine, e definiscono propriamente la perturbazione, sono funzioni continue analitiche di v; ma la convergenza della serie non è uniforme; e ciò obbliga, in pratica, a prendere un numero sempre più grande di termini quanto più ampio è l'intervallo di tempo che si considera; in altre parole i resti delle serie si fanno sempre più sensibili. Si può anzi dimostrare che per i grandi assi, le inclinazioni, la longitudine

(121) GYLDÉN ha creduto poter affermare tuttavia che la probabilità di una divergenza è infinitamente piccola: *Quelques remarques relativement à la représentation des nombres irrationnels au moyen des fractions continues* [Comp. rendus, t. 106, pp. 1584–1587; 1777–1781 (1888); Öfversigt af K. Veten.-Ak. Förhandlingar, 1888]. Questi lavori hanno dato origine ad altri di BRODÉN, WIMAN e ad una controversia. Vedasi anche: CHARLIER, *Ueber die trigonometrischen Entwickelungen in der Störungstheorie* [Astr. Nach., Bd. 141, pp. 273–278 (1896)]; *Die Mechanik des Himmels*, Bd. 2, pp. 304–320.

Digitized by Google

del perielio e del nodo si commettono errori che crescono proporzionalmente al tempo; mentre per la longitudine media crescono come il quadrato del tempo.

Ciò spiega come possa non trovarsi a volte sufficiente accordo tra le osservazioni ed il calcolo fondato sulle serie trigonometriche; accordo che deve raggiungersi quante volte si riuscisse a perfezionare i mezzi analitici per dominare le successive approssimazioni, cioè a perfezionare ancora la teoria delle perturbazioni. In moltissimi casi l'accordo è stato raggiunto da un pezzo; basti ricordare la spiegazione teorica dell'accelerazione secolare della luna scoperta da LAPLACE. Invece, com'è noto, non si è ancora riusciti per l'accelerazione media annua del moto del perielio di Mercurio, beninteso nell'ambito della teoria classica newtoniana (122).

(122) Dai lavori di NEWCOMB risulta che se si volesse spiegare tale accelerazione cambiando la legge di attrazione, ponendola eguale, non già ad r^{-2}, ma ad $r^{-2-\delta}$, dovrebbe essere δ circa 16.10^{-8}; invece le recentissime teorie del BROWN sul moto del perigeo nel nodo lunare danno per δ circa 4.10^{-8}. BROWN: *On the Verification of the Newtonian Law* [Monthly Not., v. 63, pp. 396–397 (1903)].

Tale spiegazione pare invece ottenuta da EINSTEIN nel 1915, mediante la sua teoria della relatività. Vedi in proposito una recente nota di A. PALATINI, *Lo spostamento del perielio di Mercurio, ecc.* [Nuovo Cimento, s. 6, v. 14, pp. 12–54 (1917)].

Digitized by Google

Insieme ai due indirizzi di cui abbiamo già brevemente trattato (123), cioè sviluppo in serie procedenti per le potenze delle masse; sviluppo per serie trigonometriche di funzioni lineari del tempo, un terzo si presenta subito e naturalmente, cioè lo sviluppo per serie procedenti secondo le potenze intere del tempo. Il primo esempio di tali sviluppi ce lo ha dato LAMBERT (124); e può anche avvenire che, restringendo convenientemente i limiti di variabilità del tempo, essi possano essere, in qualche caso speciale, utili e convenienti (125).

Ma volendo avere una soluzione rigorosa del

---

(123) Di un altro metodo di approssimazione con cui DIRICHLET asserì aver risoluto il problema dei tre corpi, non sappiamo nulla; perchè nulla fu trovato nelle carte lasciate dal grande matematico. Si ha solamente notizia di una comunicazione fatta dal DIRICHLET, poco prima della sua morte, al KRONECKER, ed in termini che non ammettono alcun dubbio sulla importanza della scoperta, purtroppo perduta. Si veda: E. KUMMER, *Gedächtnissrede auf G. P. Lejene-Dirichlet* [Abhand. der K. Ak. der Wiss. zu Berlin, 1860, pp. 1–36; cfr. pag. 35]; L. KRONECKER, *Bemerkungen über Dirichlet's letze Arbeiten* [Sitzungsber. der K. Preuss. Ak. der Wiss., 1888, p. 439–442].

(124) Vedi nota (18).

(125) Valendosi appunto di questi sviluppi lo CHARLIER ha potuto trattare teoricamente un caso di orbite periodiche calcolate da v. HAERDTL, di cui dovremo occuparci, trovando un sufficiente accordo tra i valori calcolati da questo astronomo e quelli ottenuti con gli sviluppi in serie: *Studiar öfver tre-kroppars-proble ·et* [Bihang till K. Svenska Vet.-Ak. Handlingar, Bd. 18, n.° 6, pagine 22 (1892)].

Digitized by Google

problema e quindi la rappresentazione di tutti gli elementi del moto (coordinate, velocità) mediante serie valide per qualsiasi valore del tempo, si vede subito che intervengono difficoltà molto gravi. Infatti le equazioni differenziali del moto, nella loro forma classica e quali immediatamente risultano dalla applicazione del 2° principio di NEWTON, contengono a secondo membro, a denominatore, le distanze dei tre corpi e perdono il loro carattere analitico regolare tutte le volte che due o tutti e tre i corpi si avvicinano indefinitamente. In altre parole le coordinate non sono funzioni uniformi del tempo; e bisogna quindi girare la difficoltà, cercando di ristabilire la uniformità esprimendo tempo e coordinate in funzione di una opportuna variabile ausiliaria.

Un primo accenno di questo nuovo indirizzo si ha già in alcune note di CAUCHY, le ultime che egli abbia scritte (la variabile capace di ristabilire l'uniformità, viene appunto da CAUCHY chiamata la *clef de l'orbite*); e, pel caso del problema ristretto, in un lavoro di T. N. THIELE (126).

---

(126) *Sur l'intégration des systèmes d'équations différentielles et spécialement de ceux qui expriment les mouvements des astres* [Comp. rendus, t. 44, pp. 805–807 (1857)]; *Méthode nouvelle pour la détérmination des mouvements des astres* [Ibid., pp. 851–854].

T. N. THIELE, *Recherches numériques concernant des solutions périodiques d'un cas spécial du problème de trois corps* [Astr. Nach., Bd. 138, pp. 1–10 (1895)]. Egli cambia il tempo in un'altra variabile per modo da far scomparire le singolarità.

Digitized by Google

Il WEIERSTRASS nel 1888 propose, come uno dei temi pel concorso del re OSCAR, la rappresentazione delle coordinate del problema dei tre corpi mediante serie procedenti secondo potenze intere di una variabile; e da quanto pubblicarono prima il CANTOR, a proposito di alcune critiche mosse al tema stesso e al dubbio generalmente sorto che esso non fosse risolubile, almeno nella forma richiesta dal tema di concorso; e recentemente il MITTAG-LEFFLER, risulta chiaramente che il WEIERSTRASS ne possedesse, se non altro nelle sue linee generali, la soluzione; conoscendo la condizione perchè i tre corpi non si urtino tutti e tre in uno stesso istante e avendo pensato ad una continuazione analitica del moto dopo una collisione semplice (cioè urto di due tre corpi). Ma nulla peraltro egli pubblicò mai sull'argomento (127).

Il primo notevole contributo è dovuto al PAINLEVÉ nel 1896. Egli mostrò anzitutto la possibilità dello sviluppo delle coordinate dei tre corpi in serie di polinomi in t (tempo) purchè non vi siano urti tra i tre corpi; ed accennò al fatto *probabile* che le

(127) Cfr. *Preisaufgabe.* Acta Mathem., t. 7, (1888); G. CANTOR, *Ein Brief von Carl Weierstrass über das Dreikörperproblem* [Rend. Circolo Matem., Palermo, t. 19, pp. 305–308 (1905)]; MITTAG-LEFFLER, *Zur Biographie von Weierstrass* [Acta Mathem., t. 35, pp. 29–65 (1912)]. La pubblicazione delle lettere di WEIERSTRASS è posteriore alle ricerche del SUNDMAN. Vedi nota (133).

Digitized by Google

condizioni di urto sono determinate da due condizioni analitiche distinte; per $n = 2$ esse sono algebriche; per $n > 2$ (e nella ipotesi che tre almeno delle masse non siano nulle) le dette condizioni debbono essere sicuramente trascendenti. Nel caso poi del problema ristretto, una sola è la condizione di urto. Poscia nelle lezioni di Stockholm del 1897, riprendendo l'argomento, dimostrò che il moto è regolare in ogni intervallo di tempo in cui non avvengono urti; e quando cessa di essere regolare non si possono presentare che due casi: o i tre corpi si urtano in uno stesso punto; o due soli si urtano mentre le loro distanze al terzo tendono ad un limite finito (128).

La questione della ricerca delle condizioni di urto posta dal PAINLEVÉ, è stata risoluta nel 1903 dal LEVI-CIVITA e dal BISCONCINI. Il LEVI-CIVITA ha considerato il caso del problema ristretto ed è riuscito a costruire una relazione analitica uniforme, data da una serie ordinata secondo le potenze della distanza dei due corpi che si urtano, caratteristica per gli urti passati (ejezioni) e per

(128) *Sur les singularités des équations de la Dynamique et sur le problème des trois corps* [Comp. rendus, t. 123, pp. 871–873 (1896)]; *Sur les cas du problème des trois corps (et des n corps) où deux des corps se choquent au bout d'un temps fini* [Ibid., t. 125, pp. 1075–1081 (1897)]; *Leçons sur la théorie analitique des équations différentielles*, professées à Stockholm. Paris. Hermann, 1897.

Digitized by Google

i futuri (collisioni); ed ha fatto lo studio qualitativo delle traiettorie del pianetoide in un intorno del punto in cui avviene l'urto. In una seconda memoria proseguendo queste ricerche ha data una rappresentazione olomorfa di tutti gli archi di traiettoria possibile in una regione sufficientemente piccola del punto di urto facendo sparire la singolarità in quel punto con un cambiamento di parametri, (regolarizzazione del moto) senza alterare la forma canonica e riuscendo quindi ad assegnare, in tale ragione, un integrale uniforme, diverso da quello dell'energia, nelle coordinate e nelle velocità del pianetoide; risultato che non è in contradizione con quello di POINCARÉ, relativo alle variabili kepleriane (129). L'estensione del metodo precedente al caso generale dei tre corpi è stata fatta dal BISCONCINI, il quale ha giustificato l'asserzione del PAINLEVÉ, assegnando le due condizioni analitiche distinte, fra le condizioni iniziali, necessarie per l'urto e che disgraziatamente si presentano sotto forma assai complicata (130).

---

(129) *Traiettorie singolari ed urti nel problema ristretto dei tre corpi* [Ann. di Matem., s. 3, t. 9, pp. 1–32 (1903)]; *Sur la résolution qualitative du probleme restreint des trois corps* [Acta Mathem., t. 30, pp. 305-327 (1904)]. Vedi nota (126), e nota (140).

(130) *Sur le problème des trois corps* [Acta Mathem., t. 30, pp. 49–91 (1904)]. La deduzione del BISCONCINI poggia sul postulato che in vicinanza di P_0 la velocità angolare di $P_0 P_1$, nel moto relativo rispetto a P_0, sia finita. È così infatti, come ha poi mostrato il SUNDMAN.

Digitized by Google

Il passo decisivo è stato fatto da KARL F. SUNDMAN, astronomo di Helsingfors, in alcuni lavori pubblicati dal 1907 al 1912 e premiati dall'Accademia delle Scienze di Parigi (131).

Il SUNDMAN raggiunge risultati estremamente notevoli e, cosa ancor più notevole, con una straordinaria semplicità di mezzi. La base delle sue considerazioni è costituita dal teorema di CAUCHY-PICARD per un sistema di n equazioni differenziali del 1° ordine, non contenente esplicitamente il tempo. Al sistema delle diciotto equazioni differenziali del primo ordine relative al nostro problema si fanno subire due trasformazioni: la prima è quella solita di JACOBI-RADAU fatta in guisa che dai secondi membri delle equazioni venga

---

ARMELLINI ha recentemente potuto costruire una espressione, la quale se tende all'infinito indica che non vi ha urto; o se tende ad un limite finito, esso è l'istante del primo urto. Pare che di qui debbano dedursi per via più semplice i risultati precedentemente annunciati. *Ricerche sopra la previsione dell'urto nel problema dei tre corpi* [Rend. Acc. Lincei, s. 5, v. 27, pp. 87–91 (1° sem. 1918)].

(131) *Recherches sur le problème des trois corps* [Acta Societatis Scientiarum Fennicae, t. 34, n.° 6 (1907)]; *Nouvelles recherches sur le problème des trois corps* [Ibid., t. 35, n. 9 (1909)]; *Mémoire sur le problème des trois corps* [Acta Mathem., t. 36, pp. 105–179 (1912)]. Il SUNDMAN era già noto per aver cooperato (vedi nota (108)) alla pubblicazione dell'opera postuma di GYLDÉN e per ricerche fatte sui piccoli pianeti: *Ueber die Störungen der kleinen Planeten*. Helsingfors, 1901.

Digitized by Google

eliminata una delle tre distanze; l'altra è ottenuta effettuando un cambiamento di variabile, già accennato dal BRUNS (132), ponendo $dt = rdu$, r essendo la più piccola delle distanze in un determinato intervallo di tempo. Inoltre si vale in modo nuovo ed ingegnoso della funzione già considerata da LAGRANGE (somma dei quadrati delle distanze divise per ciascuna massa) e colla quale riesce a porre sotto forma nuova l'integrale dell'energia.

L'applicazione del teorema di CAUCHY conduce a sviluppare, in un intervallo di tempo in cui il moto è regolare, le coordinate in funzione di potenze di $t - t_0$, e ad assegnare un limite superiore per il raggio di convergenza delle serie e quindi a dare una nuova e semplice dimostrazione del teorema di PAINLEVÉ sui diversi casi che possono presentarsi nell'istante in cui il moto cessa di essere regolare (urto). Il SUNDMAN studia profondamente il caso in cui avviene un urto semplice (cioè in cui si urtano due soli corpi) esprimendo il tempo, le coordinate, le distanze con serie procedenti secondo le potenze intere della variabile u e valide naturalmente prima dell'urto. Esprimendo inversamente la u con una serie procedente secondo le potenze intere di $(t - t_0)^{\frac{1}{3}}$ (133), le serie precedenti

(132) Vedi nota (120).

(133) Anche il WEIERSTRASS, come abbiamo osservato a nota (127), aveva pensato ad una continuazione analitica del

Digitized by Google

gli permettono di definire analiticamente il moto al di là di un urto; e quindi di definire il moto per tutti i valori del tempo e qualunque sia il numero delle collisioni semplici, fino ad un istante in cui il limite della funzione di LAGRANGE è nullo. E tale istante non esisterà se le costanti delle aree non sono tutte e tre nulle; cioè, se tali costanti non sono tutte e tre nulle, non è mai possibile una collisione generale (134).

Finalmente, osservando che la scelta della variabile u dipende dalla più piccola delle tre distanze, e quindi la sua definizione può variare da istante ad istante, il SUNDMAN è riuscito ancora a ristabilire la simmetria dei calcoli, sostituendo alla u una nuova variabile ω, simmetrica nelle tre distanze; ed il risultato della ricerca, ferma l'ipotesi sulle costanti delle aree, si riassume in questo, che tutti gli elementi del moto, distanze, coordinate, tempo, sono funzioni olomorfe di $\omega - \omega_0$, ω_0

---

moto dopo l'urto. Vedi lettera 2 febbraio 1889 in Acta Mathem., t. 35, pp. 57–58.

Pel caso dei due corpi lo stesso teorema era stato in precedenza notato dallo CHARLIER: *Die Mechanik des Himmels*, Bd. 1, p. 175 (1902).

(134) Anche questo teorema era stato trovato dal WEIERSTRASS, loco citato. Egli scrive: « für $n = 3$ lässt sich ferner « leicht zeigen, dass alle drei Punkte nur in dem Falle zusam- « mentreffen können wenn drei bei den Flächensätzen vorkom- « menden Integrationskonstanten verschwinden. Es scheint mir « daher unbedenklich den in Rede stehenden Satz als gültig « himzustellen. »

Digitized by Google

essendo un qualunque valore reale e finito di ω, purchè $\omega - \omega_0$ sia in valore assoluto inferiore ad un certo valore determinato; e ciò qualunque possa essere il numero degli urti semplici. Interpretando il risultato colla teoria delle funzioni di variabile complessa, si può dire che gli elementi del moto sono olomorfi in tutta una striscia di ampiezza nota 2Ω compresa tra due rette parallele e simmetriche all'asse reale. La rappresentazione della striscia su di un cerchio, sostituendo ad ω altra opportuna variabile τ, conduce infine a rappresentare gli elementi detti con serie ordinate secondo le potenze ascendenti di τ e convergenti per $|\tau| < 1$, qualunque sia il tempo ed il numero degli urti semplici. Questa variabile τ dipende da due costanti, perfettamente determinate in funzione dei dati iniziali (anzi, corrispondenti a tutto un gruppo di movimenti dovuti a diverse circostanze iniziali). Quindi il problema matematico dei tre corpi, in riguardo alla rappresentazione di tutti gli elementi del moto, compreso il tempo, mediante serie convergenti di una variabile ausiliaria, in corrispondenza biunivoca col tempo, può dirsi risoluto dopo le ricerche del SUNDMAN.

Potrà questa soluzione, che alcuno potrebbe chiamare aridamente analitica, e a cui forse nuoce la immensa generalità, riuscir utile e dal punto di vista pratico e dal punto di vista teorico, permettendo, p. es., di ricollegare ad essa le soluzioni

Digitized by Google

periodiche, la cui esistenza è finora limitata al problema ristretto?

L'arte del profeta, come osserva il PICARD (135), non è più di moda; è quindi ora prematuro azzardare qualunque giudizio definitivo sulla portata del bel risultato ottenuto dal SUNDMAN; il quale, dimostrando rigorosanemte la possibilità di esprimere gli elementi del moto, per tutta la durata di esso, in serie convergenti di una variabile (regolarizzazione del problema generale), ha felicemente colmato una lacuna nel problema dei tre corpi (136).

Già le ricerche del SUNDMAN sono state oggetto di altri recenti lavori. Il signor HENRICH BLOCK nel 1909 ha fatto una ricerca quasi inversa delle precedenti, partendo dal fatto che quando tutte e tre le costanti delle aree sono nulle vi ha un urto

---

(135) *Le problème des trois corps. A propos des recherches récentes de M. Sundman* [Bulletin des Sciences Mathém., s. 2, t. 37, pp. 313–320 (1913)].

(136) In una conferenza al Seminario matematico della R. Università di Napoli, abbiamo esposto , nelle sue linee generali, la bella ricerca del SUNDMAN: *Le recenti ricerche di K. Sundman sul problema dei tre corpi* [Giornale di matem., s. 3, v. 5, pp. 171–186 (1914)]. Per altre dimostrazioni e complementi ad alcuni dei risultali del Sundman vedi: J. HADAMARD, *Sur un mémoire de M. Sundman* [Bull. des Sciences mathém., t. 39, pp. 249–264 (1915)]; e per la estensione di alcune formole del SUNDMAN al caso degli *n* corpi: P. PIZZETTI, *Generalizzazione di alcune formole del Sundman* [Giornale di Matem., s. 3, v. 6, pp. 276–283 (1915)].

Digitized by Google

triplo, il moto avviene in un piano e i tre corpi tendono sempre più a formare una delle configurazioni di LAGRANGE. Determina allora una soluzione particolare delle equazioni introducendo sin dal principio la variabile $\tau = c\,(t - t_0)^{\frac{1}{3}}$ e ritrova naturalmente le soluzioni di LAGRANGE; da queste, col metodo delle equazioni alle variazioni cerca di assegnare gli elementi del moto con serie ordinate secondo le potenze di τ^{μ}, μ essendo un opportuno valore (137).

Invece il sig. ARMELLINI (138) ha cercato di estendere prima al caso del problema ristretto l'analisi del SUNDMAN; in tal caso alla variabile ω si sostituisce un'altra variabile μ definita da

$$dt = (r_1 + r_2 - 1)\, d\mu.$$

---

(137) *Sur les chocs dans le problème des trois corps* [Arkiv för Mathem. Astr. och Fys., Bd. 5, n.° 9 (1909)]; *Sur une classe de singularités dans le problème des n corps* [Lunds Meddel., Ser. 2, 6, Lund (1909)].

(138) *Sur la solution analytique du problème restreint des trois corps* [Comp. rendus, t. 158, pp. 253–256 (1914)]; *Estensione della soluzione del Sundman dal caso di corpi ideali, al caso di sferette elastiche omogenee* [Rend. R. Acc. dei Lincei, s. 5, v. 24 (1. sem. 1915), pp. 184–190].

Lo stesso autore ha anche dimostrato un teorema generale sul problema degli *n* corpi nel caso delle collisioni semplici, rispetto alla rappresentazione olomorfa e reale del moto nell'intorno dell'asse reale : *Un théorème général sur le problème des n corps* [Comp. rendus, t.158, pp. 680–684 (1914)].

Digitized by Google

essendo r_1, r_2 le distanze del pianetoide dai due corpi di masse finite (distanti tra loro di uno). Tale relazione è assai più semplice di quella del caso generale; le coordinate, le distanze ed il tempo sono ancor qui funzioni olomorfe di μ qualunque sia il numero degli urti; ma però olomorfe soltanto in prossimità dell'asse reale; manca cioè in tal caso la striscia costante di olomorfismo. Poscia ha mostrata la possibilità di estendere la soluzione del SUNDMAN al caso in cui, in luogo di corpi ideali, si considerano sferette elastiche omogenee (139).

---

(139) Citiamo ancora due lavori. Il sig. J. CHAZY, *Sur certaines trajectoires du problème des n corps* [Comp. rendus, t. 157, pp. 688–691 (1913)] in una breve nota ha osservato che le equazioni del moto ammettono integrali particolari della forma $x_i = \alpha_i t^{\frac{2}{3}}$; $y_i = \beta_i t^{\frac{2}{3}}$; $z_i = \gamma_i t^{\frac{2}{3}}$, essendo le α_i, β_i, γ_i costanti determinate da un sistema di equazioni algebriche; ed ha accennato quindi allo studio di integrali prossimi al dato, corrispondenti a traiettorie secondo le quali i corpi si urtano con velocità infinita, oppure secondo le quali i corpi si allontanano con velocità nulla. Per t tendente all'infinito o a zero si ha una configurazione limite per cui $x_i = d_i$, ecc.; e sono studiate e accennate alcune figure limiti; p. e. del tetraedro regolare, ecc.

Il sig. P. BOHL, *Ueber ein Dreikörperproblem* [Zeitschrift für Mathem. und Physik, Bd. 54, pp. 381–418 (1906)] ha esaminate le condizioni di stabilità e di urto di un vero problema fisico dei tre corpi; poichè ha considerato il sistema formato da Saturno, da un trabante e dall'anello, supposto poco diverso da uno simmetrico; ed ha dimostrato che, per certe condizioni iniziali, può avvenire un urto tra Saturno e l'anello, ma non

Digitized by Google

Le ricerche di SUNDMAN hanno mostrato che la irregolarità delle equazioni differenziali del problema, nel caso di un urto, non è essenziale; e poichè già pel problema ristretto si era riusciti ad ottenere una regolarizzazione con metodi diretti (vedi note (126), (129)), così il LEVI-CIVITA è stato indotto a ricercare se anche pel problema generale fosse stato possibile di eliminare la irregolarità delle equazioni differenziali del problema, con opportuni e diretti cambiamenti di variabili e di funzioni incognite.

Egli ha anzitutto risoluta la questione nel caso dei tre corpi camplanari e nella ipotesi che sia esclusa una collisione generale. La regolarizzazione ha luogo mediante una trasformazione puntuale in cui alle tre componenti ortogonali delle distanze dei tre corpi (*coordinate critiche*) si sostituiscono altre variabili ξ, η (*auticritiche*) legate alle prime da relazioni semplicissime della forma

$$x + iy = (\xi + i\eta)^2$$

tali che $\Sigma\xi^2 = \Sigma\eta^2$; $\Sigma\xi\eta = 0$. Ha studiato esaurientemente questa trasformazione e valendosi della teoria delle omografie vettoriali ha assegnate varie forme canoniche esplicite delle equazioni regola-

---

tra l'anello ed il trabante ; che la distanza tra Saturno e l'anello varia tra limiti finiti; ecc.

Digitized by Google

rizzate, trattando infine il caso del problema ristretto (140).

Lo studio di due trasformazioni canoniche desunte dal moto parabolico, unitamente alla trasformazione adoperata dal SUNDMAN, lo hanno poscia condotto (mediante le stesse formule) alla diretta regolarizzazione nel caso generale (141).

Riassumendo possiamo dunque dire che, abbandonati i metodi della meccanica classica, LINDSTEDT, GYLDÉN, BOHLIN escogitano nuovi procedimenti per la risoluziome approssimata del problema dei tre corpi, nelle ipotesi che si presentano nella teoria dei pianeti, e precisamente mediante serie trigonometriche di argomenti, funzioni lineari del tempo. POINCARÉ discute ed approfondisce questi metodi; mostra che tali serie sono divergenti e pur nondimeno possono essere utilmente adoperate nella meccanica celeste.

Iniziato da WEIERSTRASS e PAINLEVÉ lo studio della rappresentazione degli elementi del moto

---

(140) *Sulla regolarizzazione del problema piano dei tre corpi* [Rend. R. Acc. Lincei, s. 5, v. 24, pp. 61–75 (2° sem. 1915)]; *Forma mista di equazioni del moto che conviene ad una particolare categoria di sistemi meccanici* [Ibid., pp. 235–248]; *Sul problema piano dei tre corpi* [Ibid,. pp. 421–433; 485–501; 553–569].

(141) *Sopra due trasformazioni canoniche desunte dal moto parabolico.* [Ibid., v. 25, pp. 445-458 (1. sem. 1916)]; *Sur la régularisation du problème des trois corps* [Comp. rendus, t. 162, pp. 625–628 (1916)].

Digitized by Google

mediante serie ordinate secondo le potenze intere di una opportuna variabile, esso è brillantemente condotto a termine dal SUNDMAN. Precisando adunque il senso da dare alla frase « risolvere il problema dei tre corpi », cioè rappresentazione degli elementi del moto della natura detta, si può dire che il SUNDMAN ha risoluto il classico problema e con mezzi oltremodo semplici (142).

---

(142) Tuttavia il POINCARÉ, nella memoria premiata, aveva scritto: « Bien d'autres circonstances nous font prévoir que « la solution complète, si jamais on peut la découvrir, exigera « des instruments analytiques bien différents de ceux que « nous possédons et infiniment plus compliqués ».

Digitized by Google

CAPITOLO VI.

Il problema ristretto dei tre corpi. Soluzioni periodiche

Matematici ed astronomi, in tempi molto recenti, si sono occupati di studiare il problema dei tre corpi ed alcune classi di soluzioni particolari che più interessano le applicazioni astronomiche, con metodi più rapidi e più rigorosi degli antichi. Abbiamo quindi da esaminare una serie di lavori di grandissima importanza teorica e pratica, che riguardano alcuni problemi speciali; in cui, p. es., una delle tre masse è infinitamente piccola e si muove in vicinanza di una delle due masse finite; oppure due delle tre masse sono molto piccole rispetto alla terza; ecc., problemi che, con frase generica, potrebbero chiamarsi ristretti. Più specialmente, da POINCARÉ in poi, si chiama *problema ristretto dei tre corpi* il seguente: due masse finite ruotano con moto uniforme intorno al loro

Digitized by Google

centro di massa, supposto fisso, descrivendo due cerchi, ed attraggono un punto di massa nulla, il cui movimento (nel piano dei due cerchi o nello spazio) non perturba quello delle due masse finite; si deve determinare il movimento di questo punto detto *pianetoide* o *asteroide*. È insomma il caso che si presenta nel problema del moto di un piccolo pianeta, sotto l'influenza dell'attrazione del Sole e di Giove, quando si trascuri l'inclinazione, l'eccentricità della traiettoria di Giove rispetto al Sole; e perciò spesse volte tal problema è detto semplicemente *asteroidico*. È stato brevemente considerato per la prima volta da JACOBI nel 1836 (143).

Generalmente il problema viene subito ridotto a quello del moto relativo del pianetoide rispetto a due assi ortogonali, mobili con moto uniforme, coll'origine nel centro di massa e di cui uno è la congiungente i due corpi di massa finita. JACOBI ha assegnato un integrale (non contenente esplicitamente il tempo) molto noto e ormai appunto conosciuto col nome di *integrale di Jacobi;* esso poi non è altro che l'integrale dell'energia nel moto relativo. La riduzione del sistema di equazioni differenziali del movimento (anche quando l'attrazione è arbitraria) a forma canonica di sistema di 8° ordine è pressochè immediata (144). Del resto

(143) *Analyse Mathématique. Lettre de M. Jacobi* [Comp. rendus, t. 3, pp. 59–61 (1836)].

(144) Vedi nota (33).

Digitized by Google

quasi tutti gli autori che si occuparono della riduzione pel problema generale, hanno anche considerato il caso del moto piano, qualunque sia la grandezza delle masse. Nulla quindi di notevole è da aggiungere, da questo lato, a quanto dicemmo nel Cap. 2° del presente lavoro (145).

(145) Dei lavori del LEVI-CIVITA abbiamo già brevemente discorso; vedi nota (129). Altre considerazioni generali sul problema ristretto si debbono al TISSERAND, *Sur un cas remarquable du problème des perturbations* [Bull. astr., t. 3, 425-433 (1886)], con applicazione al sistema Saturno, Iperione e Titano; ai signori J. PERCHOT e J. MASCART: *Sur certaines intégrales premières des équations de la Dynamique à deux variables: application à un cas particulier du problème des trois corps* [Comp. rendus, t. 126, pp. 725–728 (1897)]; *Sur l'intégration du problème restreint des trois corps avec la première puissance de la masse troublante* [Ibid., t. 127, pp. 504–507 (1898)]. Si osserva che se le masse finite dei due corpi sono 1 ed m, e la integrazione del sistema differenziale del moto vien fatta coll'equazione di HAMILTON-JACOBI, questa si integra rigorosamente se $m = 0$. Sviluppando la funzione caratteristica secondo le potenze di m ed arrestandosi alla prima potenza, gli autori osservano che anche in tal caso l'integrazione può esser fatta rigorosamente.

È ancora da osservare che una non corretta applicazione del teorema fondamentale di CAUCHY, ha condotto il sig. J. K. STEFFENSEN ad affermare la possibilità di risolvere sia il problema ristretto che quello generale dei tre corpi mobili in un piano, con sviluppi in serie di potenze convergenti in tutto il piano: *Sur l'intégration du problème restreint* [Nyt. Tidss. for Mathem., Bd. 18, pp. 25–32 (1907)]; *Ueber die Integration des Dreikörperproblems in der Ebene* [Astr. Nach. ,Bd. 176, pp. 221–236 (1907)]. La svista fu subito rilevata dal sig. v. ZEIPEL: *Bemerkungen zu dem Aussatz, Ueber....* [Ibid., pp. 313-314].

Digitized by Google

I lavori di Ch. DELAUNAY (1816-1872) sulla teoria della luna (146), riguardano in sostanza un problema ristretto, quantunque suscettibili di estensioni notevoli (147). Il punto di partenza è sempre il sistema canonico di 12° ordine che definisce il moto dei tre corpi, di cui uno ha massa trascurabile. Supposto noto il movimento keplerіano degli altri due corpl, si può sviluppare la funzione principale (perturbatrice) del sistema in una serie di coseni di funzioni lineari delle variabili p, e i cui coefficienti sono funzioni analitiche delle coordinate q. Considerando un determinato termine dello sviluppo, il DELAUNAY ha saputo assegnare una appropriafa trasformazione, per modo che nel nuovo sistema e nella nuova funzione perturbatrice manchi precisamente quel termine corrispondente, p. es., ad una determinata specie di ineguaglianze; così si riesce ad eliminare successivamente dalla funzione perturbatrice i

---

Nè paiono del pari molto ben fondate le considerazioni del sig. P. H. LING, *On a certain Integral of the Problem of Three Bodies* [Philos. Magaz., s. 6, v. 25, pp. 157–163 (1913)] circa la probabilità di un secondo integrale quando non si consideri più il moto piano del pianetoide.

(146) *Théorie du mouvement de la lune* [Mémoires de l'Ac. des Sciences de l'Institut Impériale de France, t. 28 (1866); t. 29 (1867)].

(147) G. W. HILL, *On the Extension of Delaunay's Method to the general Problem of Planetary Motion* [Trans. of the American Mathem. Society, v. 1, pp. 205–242 (1900); Collected Mathem. Works, v. 4, pp. 169–206].

Digitized by Google

termini più notevoli, ottenendo, da ultimo, un sistema che può essere integrato rigorosamente e quindi le coordinate espresse per serie trigonometriche.

Il metodo di DELAUNAY è applicabile ai sistemi canonici con r gradi di libertà: e pel problema dei tre corpi (sempre nelle solite ipotesi) condurrebbe ad esprimere le coordinate con serie trigonometriche di cinque argomenti funzioni lineari del tempo, e di tre argomenti pel problema asteroidico.

Tutte le ineguaglianze, in tal metodo, si presentano espresse da formule algebriche in cui non figurano che lettere e coefficienti numerici, quozienti di numeri interi. Tal metodo quindi, per concorde parere di tutti i matematici, costituisce il più importante progresso fatto nella Meccanica celeste da LAPLACE in poi ed è assai superiore, dal punto di vista teorico, a quello così utile e celebrato di HANSEN, esclusivamente numerico; al modo stesso che ai primordi della teoria della luna, il metodo di D'ALEMBERT ha costituito un progresso su quello di CLAIRAUT (148).

Ma le serie di DELAUNAY sono pochissimo convergenti e procedono secondo le potenze delle eccentricità, dell'inclinazione, della parallasse del

(148) Vedi anche C. ALASIA: *Sui metodi di risoluzione del problema lunare* [Annaes da Ac. Polyt. do Porto, t. 10 (1915)].

Digitized by Google

sole e del rapporto m dei moti medi. Supponendo nulle le prime quattro di queste costanti si otterrà una soluzione particolare del problema ristretto e precisamente quella corrispondente alla ineguaglianza detta variazione, e che dà una prima approssimazione della traiettoria della luna, assai più vantaggiosa, pei calcoli ulteriori, della solita ellissi kepleriana. Per dare un'idea della lenta convergenza delle serie introdotte in questa teoria, basta osservare che il rapporto del moto medio del perigeo al moto medio solare, sviluppato in serie che procedono secondo le potenze intere di m (che è circa $^1/_{13}$), ha dei coefficienti numerici, a cominciare da m^3, più grandi dell'unità; e quello di m^9 è il rapporto di due numeri interi di 14 e di 9 cifre rispettivamente. Inoltre, prima di arrivare ad una funzione perturbatrice non contenente altri termini periodici, occorrono non meno di 497 operazioni; e di 57 per liberarla dai suoi termini più importanti.

I lavori di Giorgio Guglielmo Hill (1838-1914), cominciati a pubblicare nel 1877, aprono una nuova era per lo studio del problema ristretto e per tutta la Meccanica celeste.

Hill osserva che nel metodo di Delaunay, fondato sull'uso delle equazioni canoniche, si raddoppia il numero delle variabili; di più che esso è poco vantaggioso quando si vogliano prendere in considerazione soltanto alcune delle disugua-

Digitized by Google

glianze e infine, quando si riguarda più specialmente il lato matematico che quello astronomico, egli ritiene più opportuno valersi delle coordinate cartesiane ortogonali anzichè delle polari, e cita l'esempio del problema dei due corpi, in cui le coordinate rettangolari di un pianeta rispetto al corpo centrale si esprimono assai elegantemente con serie trigonometriche; ciò che non accade nè per la longitudine, nè per la latitudine. Valendosi dunque di equazioni cartesiane egli evita il preliminare sviluppo della funzione perturbatrice mediante gli elementi ellittici; e poscia ricorre al vecchio metodo di EULER, dividendo gli sviluppi periodici delle coordinate lunari in gruppi di termini e trattando di cinque classi di ineguaglianze: quella dipendente dal rapporto dei moti medi del sole e della luna; quella dipendente dall'eccentricità lunare; dall'inclinazione; dall'eccentricità del sole; e finalmente dalla parallasse solare. HILL però non ha pubblicato che due soli capitoli di queste ricerche: il primo riguarda le equazioni del moto e la ineguaglianza detta variazione; il secondo, l'ineguaglianza del moto del perigeo (149).

(149) L'ordine col quale furono pubblicate le ricerche di HILL è il seguente:

On the Part of the Motion of the Lunar Perigée which is a Function of the Mean Motions of the Sun and Moon [Cambridge, Mass., John Wilson a. So., pag. 28 (1877); ristampata poscia,

Digitized by Google

HILL dunque considera il problema ristretto, scegliendo l'origine degli assi nel corpo di massa più piccola m_2 e l'asse x diretto verso il secondo corpo e studia, supponendo la massa del primo assai piccola rispetto al secondo, il moto relativo del pianetoide in vicinanza del corpo m_2, stabilendo il sistema di equazioni cartesiane, ora conosciute col nome di equazioni canoniche di HILL, nei secondi membri delle quali figura sempre la reciproca di una distanza, mentre i primi contengono linearmente le derivate prime e seconde delle coordinate relative del pianetoide. La considerazione dell'integrale di JACOBI conduce HILL a discutere la superficie di velocità nulla, che separa quelle porzioni di spazio nelle quali la velocità è reale da quelle in cui è immaginaria. Nel caso del moto piano del pianetoide, basta considerare la intersezione

---

con qualche aggiunta, in Acta Mathem., t. 8, pp. 1–36 (1886); Collected Mathem. Works, v. 1, pp. 243–270 (1905)].

Researches in the Lunar Theory [American Journal of Mathem., v. 1, pp. 5–26, 129–147, 245–260 (1878); Collected Mathem. Works, v. 1, pp. 284–335].

Nel primo volume delle Collected Mathem. Works, pp. VII–XVIII, il POINCARÉ ha fatto una lucida e profonda analisi di tutta l'opera di HILL. Si può anche consultare: *Address delivered by the President, Mr. J. W. L. Glaisher, on presenting the Gold Medal of the Society to Mr. G. W. Hill* [Monthly Notices of the R. Astronomical Society, v. 47, pp. 203–220 (1887)]; ed il citato rapporto del NEWCOMB della nota (12). Nel rendere brevemente conto dell'opera di HILL, cominceremo dalla memoria del 1878.

Digitized by Google

della superficie col piano xy; che è una curva algebrica di sesto ordine, simmetrica rispetto agli assi mobili, con due asintoti rettilinei. HILL traccia una tal curva, detta *curva limite* di HILL, per alcuni valori della costante dell'integrale di JACOBI (150).

Per valori sufficientemente grandi di questa costante, la curva presenta la forma di un ovale intorno al centro degli assi e inoltre consta di due rami simmetrici con asintoti paralleli alle y; la velocità è reale per punti situati entro l'ovale e all'esterno dei suoi rami infiniti (cioè tra i rami stessi e gli asintoti); è immaginaria nella porzione di piano tra l'ovale e i rami infiniti. Quindi se il pianetoide si trova in un dato istante dentro l'ovale, vi resterà sempre ed il suo raggio vettore ha un limite superiore; si può dire che il moto è stabile; se invece si trova in uno degli spazi concavi dei rami infiniti, esso non potrà passare

(150) La discussione delle superficie di velocità nulla, fatta da POINCARÉ nelle *Méthodes nouvelles*, t. 3, p. 358, è stata approfondita con eleganti considerazioni geometriche da L. PICART: *Discussion des surfaces de niveau dans le problème restreint* [Bull. Astr., t. 20, pp. 401–409 (1903)]. Il signor W. KRASSNOW, *Ueber singuläre Auflösungen der Differentialgleichungen der geocentrischen Mondbahn* [Astr. Nach., Bd. 158, pp. 65–74 (1902); la memoria è sunto di un lavoro pubblicato in russo. Warschau (1902)], ha riattaccato lo studio della curva di HILL con quello delle soluzioni singolari dell'equazione differenziale della traiettoria della luna.

Digitized by Google

nell'altro ed il suo raggio vettore ha un limite inferiore.

Col decrescere della costante, l'ovale e i rami infiniti si avvicinano; e giunge un istante in cui si incontreranno, e precisamente in due punti dell'asse delle x in cui velocità e forza sono nulli. Questi punti sono i due centri di librazione cui corrispondono due soluzioni rigorose del problema (soluzione di EULER).

Finalmente per valori ancor più piccoli della costante, la curva non taglia più l'asse delle x (151).

Dopo questa discussione, HILL cerca di soddisfare alle equazioni differenziali del moto con valori

---

(151) Notevoli ed eleganti considerazioni sulle curve di velocità nulla, per rispetto alle condizioni di stabilità, si devono al BOHLIN, *Ueber die Bedeutung des Princips der lebendigen Kraft für die Frage von der Stabilität dynamischer Systeme* [Acta Mathem., t. 10, pp. 109–130 (1887)], con applicazione al problema dei due corpi; al problema di EULER dei due centri fissi; al problema ristretto e a quel caso speciale del problema dei tre corpi studiato poscia da GORJATSCHEFF e da WORONETZ; vedi note (76), (61). Nel problema ristretto si possono dare alla costante dell'integrale di JACOBI dei valori tali, che il moto del pianetoide sia stabile in vicinanza dei due centri di attrazione.

Considerazioni di maggior generalità ed importanza sono dovute al POINCARÉ, *Mémoire sur les courbes définies par une équation différentielle* [Journal de Mathém., s. 3, t. 7, pp. 375-422 (1881); t. 8, pp. 251–296 (1882)]; e più specialmente: *Sur les courbes définies par les équations différentielles* [Ibid., s. 4, t. 1, pp. 167–244 (1885); t. 2, pp. 151–217 (1886)].

Digitized by Google

per x ed y espressi da serie periodiche: ossia cerca (sempre in vicinanza di m_2) delle soluzioni periodiche del problema; precisamente quelle che in un determinato istante tagliano ad angolo retto l'asse x e alla categoria delle quali appartengono quelle che, dopo un giro intorno m_2, ritornano su sè stesse; esse dipendono da due anzichè da quattro costanti. La ricerca dei coefficienti delle serie è una delle parti più eleganti e in cui HILL ha spiegato una grande abilità analitica; essa dipende dalla risoluzione di infinite equazioni di secondo grado; colla ulteriore limitazione di supporre molto piccolo il rapporto m dei moti medi, riuscì a trovare i coefficienti delle serie, secondo potenze di m, con legge ricorrente semplice e che permette di assegnarne i valori numerici con quella approssimazione che si vuole; inoltre sostituendo ad m una espressione più conveniente, ottenne sviluppi convergentissimi e per le coordinate e per la costante di JACOBI, e quindi il mezzo di tracciare le traiettorie chiuse con una esattezza e rapidità non consentita da nessuna delle precedenti teorie (152).

Ad HILL spetta dunque il merito di aver trovato il primo esempio di una soluzione periodica del problema ristretto e in vicinanza delle masse; ma di una importanza ben maggiore di quelle di

(152) Una chiara esposizione di questa parte dei lavori di HILL trovasi nel libro dello CHARLIER: *Die Mechanik des Himmels*, Bd. 2, pp. 137–172.

Digitized by Google

EULER e LAGRANGE pel caso generale; e di aver quindi potuto studiare la forma della traiettoria relativa col variare della costante di JACOBI.

Quando tale costante ha valori abbastanza grandi, la traiettoria ha approssimativamente la forma di una ellissi, da cui si allontana sempre più col decrescere della costante; si raggiunge finalmente un valore in cui la curva presenta due regressi sull'asse delle y e in cui la velocità è nulla; si giunge cioè, come dice HILL, alla luna di massima lunazione (*moon of maximum lunation*). HILL ha creduto che non si potesse andar oltre: ma J. C. ADAMS e poi POINCARÉ dimostrarono invece (valendosi opportunamente di sviluppi in serie di potenze), che la classe di satelliti considerata da HILL può essere ancora prolungata al di là della luna di massima lunazione, ottenendo delle traiettorie con dei cappi simmetrici rispetto alle y (153).

Nella seconda memoria, HILL ha abbandonato la considerazione della solita ellissi kepleriana,

---

(153) *Les Méthodes nouvelles*, t. I, pp. 106–109. Il sig. ELIS STRÖMGREN, *Ueber Spitzen und Schleifen im Problem restreint* [Astr. Nach., Bd. 174, pp. 33–46 (1907)]; dopo aver osservato, con lo CHARLIER, che possono presentarsi cappi anche sull'asse x, ha dimostrato che, eccettuati alcuni punti, si possono presentare dei cappi in tutto il piano, sia nel moto assoluto che in quello relativo. I vertici poi stanno sulla curva di velocità nulla.

Digitized by Google

di cui spesso nei suoi lavori ha dimostrato gli svantaggi (154); e supposto di aver determinato un'orbita periodica, passa da questa, col metodo delle equazioni alle variazioni, ad una infinitamente prossima, tenendo ora conto non più dei termini dipendenti da m, ma di quelli dipendenti dalla prima potenza della eccentricità della luna. Il problema della ricerca dello spostamento normale da eseguirsi in tale passaggio, vien fatto dipendere dalla integrazione di una equazione differenziale della forma:

$$\frac{d^2w}{d\tau^2} = \Theta w$$

dove τ è la distanza angolare media dei due corpi, e Θ una funzione sviluppata in serie di coseni di multipli di 2τ.

La soluzione di questa equazione differenziale del 2° ordine a coefficienti periodici, può essere rappresentata dal prodotto di una funzione periodica per un esponenziale; si tratta quindi di determinare l'esponente c dell'esponenziale (in relazione molto semplice col moto medio del perigeo) e i coefficienti dei termini della funzione periodica. La sostituzione diretta conduce subito a stabilire

(154) Il più grave di questi è che la long. media soffre una perturbazione media proporzionale al tempo, che per Saturno è di 110" all'anno.

Digitized by Google

un sistema di infinite equazioni lineari, aventi per incognite appunto tali coefficienti, e i coefficienti delle quali dipendono da c. HILL ha avuto l'ardire, come ben disse il POINCARÉ, di porre a zero il determinante infinito di queste infinite equazioni e di ottenere così l'equazione determinante della incognita c. Il confronto fra le proprietà di questa equazione e quelle di una nota e semplice equazione trigonometrica, conduce HILL a dare all'equazione una forma semplice, elegante ed opportuna per il calcolo numerico, senza che tuttavia egli si sia preoccupato di dare la dimostrazione rigorosa dei risultati ottenuti, della convergenza del determinante infinito, ecc. L'applicazione numerica conduce, dopo due o tre approssimazioni, ad un valore per c con quindici decimali esatte, e quindi al rapporto del moto medio del perigeo lunare al moto medio siderale pure con quindici decimali esatte.

Se si volesse applicare la serie di DELAUNAY estesa fino al termine colla nona potenza di m, non si otterrebbero che quattro o cinque decimali esatti; per avere con questa serie la stessa esattezza, occorrerebbe, dice HILL, spingersi, con un lavoro enorme, fino alla 27ª potenza di m (155).

(155) La memoria di HILL qui esaminata (la prima, in ordine di data, della nota (148) presenta non poche oscurità di esposizione. Si può leggere il bellissimo sviluppo che ne ha fatto G. DARWIN, in una memoria di cui dovremo a lungo occuparci,

Digitized by Google

Come abbiamo detto, HILL non ha dimostrato nè la convergenza del determinante infinito da lui considerato, con ardire quasi nuovo nella scienza (156), nè le proprietà su cui si fonda il suo sviluppo rigoroso; ben certo egli era di esser nel vero, dal confronto del risultato numerico del calcolo con quello dato dalle osservazioni. La dimostrazione rigorosa di questi risultati fu data da POINCARÉ (157)

Immediatamente dopo la pubblicazione della memoria di HILL del 1877, JOHN COUCH ADAMS (1819-1892) fe' conoscere di aver da parecchi

vedi nota (184), e quello di R. A. HERMANN, *A Derivation of Hill's Equation by a direct Substitution* [Monthly Notices, v. 63, pp. 571–573 (1903)]. L'equazione di HILL è un caso più generale di quella detta di MATHIEU e recentemente considerata dal WHITTAKER: *A course of Modern Analysis* by Whittaker a. Watson, Cambridge 1915, p. 397.

Le considerazioni del WHITTAKER sono state estese al caso dell'equazione di HILL, con metodo appropriato al calcolo numerico e indipendentemente dai determinanti infiniti, dal sig. E. LYNDSAY INCE, *Ona General Solution of Hill's Equation* [Monthly Notices, v. 75, pp. 436–448 (1915) ; v. 76, pp. 431–442 (1916)].

(156) I determinanti infiniti si erano naturalmente incontrati in altre questioni specialmente dal KÖTTERITZSCH (1870), prima di HILL. Si veda il libro recente di F. RIESZ, *Les systèmes d'équations linéaires à une infinité d'inconnues*; Paris, 1913.

(157) *Remarques sur la méthode précédente* (a proposito d'una nota di APPEL) [Bulletin de la Soc. mathém. de France, t. 13, p. 19 (1885)]; *Sur les déterminants d'ordre infini* [Ibid., t. 14, pp. 77–90 (1886)]; *Sur le déterminant de Hill* [Ibid., t. 17, pp. 134–143 (1889)].

Digitized by Google

anni applicato metodi simili a quelli di HILL, senza averli mai pubblicati. Anche ADAMS si era incontrato nello stesso determinante infinito di HILL, che aveva sviluppato, prima fino ai termini di quarto e poi fino a quelli di dodicesimo ordine, con metodo assai meno elegante di quello di HILL. Egli ha poi osservato che la coordinata z della luna (normale all'equatore) soddisfa alla stessa equazione del secondo ordine studiata da HILL; quindi cogli stessi metodi egli potè ottenere il valore del rapporto del moto medio della luna al moto medio angolare con quindici decimali esatti; facendo quindi pel nodo, quanto HILL aveva operato pel perigeo (158).

In successivi lavori dal 1887 al 1897, HILL ed altri hanno esteso e fatto nuove applicazioni teoriche e numeriche dell'orbita periodica da lui trovata (159).

---

(158) *On the Motion of the Moon's Node in the case when the Orbits of the Sun and Moon are supposed to have no excentricities, and when their mutual Inclination is supposed to be indefinetely small* [Monthly Notices, v. 38, pp. 43–49, 460–472, (1878)].

(159) *Coplanar Motion of two Planets, one having a Zero Mass* [Annals of Mathem., v. 3, pp. 65–73 (1887). Collected Mathem. Works, v. 2, pp. 106–115]; *The Periodic Solution as a first Approximation in Lunar Theory* [Astr. Journal, v. 15, pp. 137–143 (1895); Collected Mathem. Works, v. 4, pp. 78–98]. È lo sviluppo della soluzione periodica con metodo puramente numerico.

Digitized by Google

Tutta la sua opera poi, per quanto riguarda la

On Intermediate Orbits [Annals of Mathem., v. 8, pp. 1–20 (1893); Collected Mathem. Works, v. 4, pp. 22–40]; *On Intermediary Orbits in the Lunar Theory* [Astr. Journal, v. 18, pp. 81–87 (1897); Collected Mathem. Works, v. 4, pp. 136–149]; *Illustrations of Periodic Solutions in the Problem of Three Bodies* [Astr. Journal, v. 22, pp. 93–97, 117–122 (1902); Collected Mathem. Works, v. 4, pp. 244–261]; riguarda la teoria dei piccoli pianeti sotto l'attrazione del sole e di Giove e che fanno parecchie rivoluzioni intorno al Sole.

La convergenza della serie adoperate da HILL, pel caso attuale della luna, è stata dimostrata da A. LIAPUNOFF [Izvstia Imp. Obsciestvo Lub.; Otd. Fiz. Nauk. Moskwa; t. 8 (1896)].

Sullo stesso argomento si può consultare HANS HAPPEL, *Untersuchungen über die Convergenz der beim Problem der drei Körper auftretenden Reihenentwickelungen*. Inaug. Diss., 60 pagine; Göttingen, 1900; che è pure in relazione coi metodi di GYLDÉN.

Citiamo ancora: J. P. MAC CELLIE, *An Example in Periodic Orbits, the second-order Perturbations of Jupiter and Saturn indipendent of the Excentricities and of the Mutual Inclination* [Astr. Journal, v. 23, pp. 133–144 (1903)]; e finalmente i lavori del sig. A. W. KRASSNOW, *Ueber die Herleitung der Hillschen Lösung für die Mondbewegung unmittelbar aus der Jacobischen Differentialgleichung* [Astr. Nach., Bd. 170, pp. 309–318 (1906)]; *Die Bewegung des Mondperigeums und das komplex Integral der Jacobischen Gleichung* [Ibid., Bd. 173, pp. 49–56 (1907); Bd. 174, pp. 129–134 (1907)].

Altri lavori dello stesso autore riguardano pure il problema ristretto, la sua relazione colla equazione di HAMILTON-JACOBI e la integrazione approssimata mediante integrali ellittici: *Zur Theorie der intermediären Bahnen des Mondes* [Astr. Nach., Bd. 146, pp. 7–10 (1898)]; *Weitere Mittheilung betref-*

Digitized by Google

teoria della luna, fu ridotta a grandissima perfezione da E. BROWN e da COWELL (160).

Il fondatore della teoria delle soluzioni periodiche delle equazioni della dinamica e specialmente pel problema ristretto; colui che ha rinnovato e dato un nuovo e meraviglioso impulso a tutti i problemi della Meccanica celeste, è senza

---

fend die Theorie der intermediären.... [Ibid., pp. 337–340]; *Zur integration der Jacobi'sche Differentialgleichung für die Mondbewegung* [Ibid., Bd. 148, pp. 37–42 (1899)].

Osserviamo finalmente che il sig. J. F. STEFFENSEN, *Les orbites périodiques dans le problème de Hill* [Bull. Acad. Royale des Sciences et des Lettres de Danemark, pp. 319–335 (1909)], non crede dover dare troppa importanza al metodo delle coordinate cartesiane di HILL; ritenendo le solite coordinate polari, trasformando opportunamente il sistema delle equazioni canoniche di HILL ed effettuando la integrazione per serie trigonometriche, egli è giunto, per la determinazione dei coefficienti, ad equazioni di forma analoga a quelle di HILL.

(160) Dobbiamo rinviare al solito rapporto del NEWCOMB.

Tra le numerose pubblicazioni del BROWN che più specialmente riguardano la teoria di HILL, citiamo: *On the Part of the Parallactic Inequalities in the Moon's Motion which is a Function of the Mean Motions of the Sun and Moon* [American Journal of Mathem., v. 14, pp. 141–160 (1892)]; *The Elliptic Inequalities in the Lunar Theory* [Ibid., v. 15, pp. 224–263, 321–338 (1893)]; *Investigations in the Lunar Theory* [Ibid., v. 17, pp. 318–358 (1895)]; e finalmente l'opera classica: *Theory of the Motion of the Moon; containing a New Calculation for the Coordinates of the Moon in terms of the Time* [Memoirs of the Royal Astr. Society, v. 53, pp. 39–116; 163–202 (1896–99); v. 54,

Digitized by Google

dubbio POINCARÉ. I suoi studi sulle soluzioni periodiche, iniziati nel 1883, furono noti nelle loro linee essenziali nella più volte citata memoria di Stockholm nel 1888; ricevettero forma migliore e una maggiore estensione nelle *Méthodes nouvelles*, pubblicate dal 1892 al 1899 e poi in successivi lavori. Se è vero che POINCARÉ non ha risolto il problema dei tre corpi (nel senso che abbiamo

---

pp. 1–63 (1899–1901); v. 57, pp. 1–145 (1905); v. 59, pp. 1–103 (1908)] ed altre numerose memorie in Monthly Notices, v. 57, 63, 64, 65.

Il BROWN ha tenuto conto delle ineguaglianze dipendenti dal rapporto delle distanze del sole e della luna, con un metodo interamente analogo a quello di HILL; ha tenuto conto della traiettoria ellittica di uno dei due corpi rispetto ad un altro, quando il terzo corpo si muove, nel piano dei primi due, su di un cerchio di raggio grandissimo con velocità angolare finita, esprimendo la soluzione con serie doppie trigonometriche e le coordinate della luna, valendosi di teoremi sui determinanti infiniti; ha determinato il moto del nodo e del perigeo; ha dato dei metodi per spingere l'approssimazione fin che si vuole e per verificare i risultati.

Tra gli autori che hanno perfezionato la teoria della luna, o qualche particolare della teoria stessa, citiamo: H. ANDOYER; *Sur la théorie de la lune* [Bull. astr., t. 18, pp. 177–208 (1909); t. 19, pp. 401–413, (1902)] in cui si trova pure un chiaro riassunto dei lavori di HILL, ADAMS, BROWN; T. LEVI-CIVITA, *Sur les équations à coefficients périodiques et sur le moyen mouvement du noeud lunaire* [Annales de l'École Normale Sup., s. 3, t. 28, pp. 325–376 (1911)]; LIBERA TREVISANI, *Sul moto medio dei nodi nel problema dei tre corpi* [Atti Ist. Veneto di Scienze, ecc., t. 71, Parte 2ª, pp. 1089–1137 (1911–1912)].

Digitized by Google

dato a questa parola nel capitolo precedente), è però certo che, ripetendo una sua espressione, «*par la seule brèche par où nous puissions essayer de pénétrer dans une place jusqu'ici réputée inabordable*», egli ha gettato sprazzi di luce vivissima sul classico problema; egli ha fondato teorie nuove, altre ne ha approfondite, come quella degli invarianti integrali, delle soluzioni periodiche, ed asintotiche; delle equazioni alle variazioni, esponenti caratteristici; tutti elementi di cui è tessuta la tela delle *Méthodes nouvelles*.

Tenteremo di dare un cenno di un'opera così fondamentale (161).

Consideriamo un sistema di n equazioni differenziali di primo ordine risolute rispetto alle de-

---

(161) *Sur certaines solutions du problème des trois corps* [Comp. rendus, t. 97, pp. 251-252 (1883); Bull. astr., t. 1, pp. 65-74 (1884)] Abbiamo già più volte citato la memoria degli Acta, e le *Méthodes nouvelles*.

Lo stesso POINCARÉ ha dato un breve sunto alle sue ricerche: *Sur le problème des trois corps* [Bull. astr., t. 8, pp. 12–24 (1891)]; l'opera sua matematico-astronomica è stata profondamente esaminata da: V. VOLTERRA, *Henri Poincaré: L'oeuvre mathématique* [La Revue du Mois, t. 15, pp. 129–154 (1913)]; J. HADAMARD, *Henri Poincaré et le problème des trois corps* [Ibid., t. 16, pp. 385–418 (1913)].

Le ricerche di POINCARÉ sul problema dei tre corpi, sostanzialmente contenute nella memoria premiata, furono coordinate ed estese nelle *Méthodes nouvelles*; a queste quindi intendiamo riferirci nel breve sunto che tentiamo di fare,

Digitized by Google

rivate prime, che definiscono il moto di un punto in uno spazio n^{plo}; i secondi membri di queste equazioni sono funzioni uniformi delle coordinate del punto, del tempo e contengono inoltre un parametro μ. Nel problema ristretto, questo parametro sarà una delle due masse finite, l'altra essendo $1 - \mu$; in un problema alquanto più generale, due delle tre masse saranno rappresentate da $\alpha_2\mu$ e $\alpha_3\mu$; ecc. Se i secondi membri non contengono esplicitamente il tempo, allora una soluzione particolare del sistema, tale che, dopo un tempo T, le coordinate riprendono gli stessi valori iniziali e quindi (essendo i valori iniziali affatto arbitrari) riprendono gli stessi valori, dopo un tempo T, dicesi una *soluzione periodica*.

Se i secondi membri contengono il tempo, allora essi pure debbono essere periodici rispetto al tempo; e si può sempre supporre che il periodo sia 2π. Supponiamo ora che, o colla diretta integrazione o con qualche altro mezzo, si sia potuto accertare che per $\mu = 0$ il sistema ammetta una o più soluzioni periodiche; si domanda se, e sotto quali condizioni, le stesse equazioni ammettono pure soluzioni periodiche per μ sufficientemente piccolo, ma diverso da zero.

POINCARÉ dimostra che si possono, sotto certe condizioni, scegliere i valori di μ in modo che le equazioni ammettano soluzioni periodiche: e tali soluzioni, col variare di μ, scompariscono a coppie,

Digitized by Google

allo stesso modo delle radici reali delle equazioni algebriche (162).

Nel problema dei tre corpi siano m_1, $\alpha_2\mu$, $\alpha_3\mu$ le tre masse; se $\mu = 0$, cioè se riguardiamo come nulle le due masse più piccole e fissa m_1, ognuno dei pianetoidi descriverà intorno alla massa m_1 una ellissi kepleriana. Supponiamo invece che essi descrivano due cerchi, nello stesso piano, con i moti medi $n' > n$; orbene, riferendo il moto a due assi mobili col centro in m_1, e velocità angolare n, le coordinate dei pianetoidi saranno funzioni periodiche rispetto al tempo e con un certo periodo; cioè per $\mu = 0$ abbiamo una soluzione periodica. Quindi si potrà decidere se il problema ammetterà soluzioni periodiche per valori piccoli di μ.

Il POINCARÉ è quindi condotto a distinguere tre specie di soluzioni periodiche: quelle in cui le inclinazioni sono nulle e le eccentricità molto piccole (1ª specie), oppure finite (2ª specie) e quelle in cui le inclinazioni non sono nulle (3ª specie); soluzioni che ha estesamente studiate, dando i

(162) Un caso di eccezione, pure esaminato da POINCARÉ, in cui è nullo l'hessiano di un certo sistema, è stato approfondito dal sig. KOBB, *Sur le calcul direct des solutions périodiques dans le problème des trois corps* [Öfversigt af K. Sw. Ak. Förhandl., Bd. 52, pp. 215–222 (1895)]; egli ha dimostrato che anche in tal caso il procedimento di POINCARÉ è applicabile.

Digitized by Google

metodi per determinarle, discutendo i casi di eccezione ed accennando a qualcuna delle più importanti applicazioni. Così, ad es,. per un valore determinato della costante delle forze vive e per valori piccoli di μ, il problema dei tre corpi ammetterà una quadrupla infinità di soluzioni periodiche di prima specie col periodo $\frac{2\pi}{n' - n}$; a meno che non sia $n = -n'$; oppure il rapporto dei moti medi sia quello di due interi consecutivi, come all'incirca accade per alcuni dei satelliti di Saturno (Iperione-Titano; Encelado-Dione).

La considerazione della poca probabilità di realizzare le condizioni iniziali del moto in guisa da ottenere soluzioni periodiche, fa sorgere l'idea di determinare soluzioni che differiscano dalle periodiche infinitamente poco; e si è quindi condotti nel modo più naturale al concetto di equazioni alle variazioni e a quello di esponenti caratteristici, di capitale importanza. Partendo da una soluzione (generatrice) del solito sistema, e passando a quella infinitamente prossima, si trova subito che gli incrementi delle coordinate del punto in prima approssimazione, soddisfano ad un sistema di equazioni differenziali lineari e a coefficienti periodici rispetto al tempo (equazioni alle variazioni). La forma di un integrale particolare di un tal sistema è ben nota; ognuno degli incrementi essendo eguale al prodotto di un esponen-

Digitized by Google

ziale $e^{\alpha t}$ per una funzione periodica di t; le α (costanti) sono appunto dette *esponenti caratteristici*, e sono determinati da una notissima equazione algebrica in $e^{\alpha t}$. Se le α sono immaginarie pure, allora il modulo di $e^{\alpha t}$ è l'unità; gli incrementi delle coordinate resteranno sempre finiti per qualunque valore del tempo e la soluzione periodica generatrice dicesi stabile; non è più così se le α sono reali o complesse.

È noto poi quali modificazioni intervengono nella forma degli integrali se l'equazione detta è a radici multiple.

Questa teoria permette subito al POINCARÉ di precisare meglio le condizioni per l'esistenza di una soluzione periodica di un problema dinamico per valori piccoli di μ, quando essa esiste per $\mu = 0$; basta che nessuno degli esponenti caratteristici corrispondenti alla soluzione periodica generatrice sia nullo.

Nel caso poi che il tempo non entri esplicitamente nelle equazioni differenziali del moto, un esponente caratteristico è nullo; orbene, se uno solo è nullo, esisterà ancora una soluzione periodica per piccoli valori di μ. Si dimostra ancora che se le equazioni ammettono p integrali uniformi indipendenti dal tempo, p esponenti caretteristici di una qualunque soluzione periodica sono nulli — meno un caso eccezionale — se il tempo figura esplicitamente; $p + 1$ se il tempo non figura esplicitamente nelle equazioni del moto.

POINCARÉ fa eleganti applicazioni alle equazioni canoniche del moto, in cui gli esponenti caratteristici sono due a due eguali e di segno contrario, collegandone la teoria a quella delle sostituzioni lineari; dà il mezzo di sviluppare in serie tali esponenti e di calcolarne almeno i primi termini; e per riguardo al problema dei tre corpi dimostra che le soluzioni periodiche hanno sempre due, e non più di due, esponenti caratteristici nulli.

Discute quindi, valendosi dei teoremi accennati, le condizioni di esistenza degli integrali uniformi delle equazioni canoniche, nella ipotesi che la funzione caratteristica sia sviluppabile in serie ordinata secondo le potenze intere del parametro μ, giungendo, pel caso particolare dei tre corpi (problema ristretto), al sorprendente risultato che già accennammo (163).

Il concetto di soluzioni asintotiche si riconnette con quello di equazioni alle variazioni di una soluzione periodica. Supponiamo di non volerci arrestare alla prima approssimazione e di considerare quindi le equazioni rigorose cui soddisfano gl'incrementi; a queste si può cercare di soddisfare con integrali di forma analoga a quella delle equazioni lineari approssimate, cioè con la somma di n funzioni periodiche rispetto al tempo (le stesse che figuravano nella soluzione precedente) moltiplicate per altrettante funzioni incognite sod-

(163) Vedi Cap. IV, note (90), (91).

Google

disfacenti a certe equazioni differenziali. E di queste se ne tenta la integrazione per serie contenenti l'esponenziale $\frac{e^{pt}}{p}$ (p essendo una funzione degli esponenti caratteristici). Tali serie sono in generale divergenti; ma se un certo numero degli esponenti caratteristici ha la parte reale positiva, annullando, nelle serie esprimenti la soluzione, i coefficienti corrispondenti a quelli degli esponenti con parte reale negativa o nulla, si può fare in modo che la serie resti convergente e di più quando $t = -\infty$, la soluzione si avvicina, asintoticamente, alla soluzione periodica originale; e parimenti si può operare per quelli esponenti con parte reale positiva, ottenendo una soluzione che si avvicina asintoticamente, per $t = +\infty$, a quella stessa periodica. Ecco dunque definite le soluzioni asintotiche.

Provata l'esistenza di queste soluzioni asintotiche, POINCARÉ dimostra del pari l'esistenza di soluzioni doppiamente asintotiche, rappresentate cioè da serie del primo tipo ora detto per $t < 0$, e da quelle di secondo tipo per $t > 0$; e che studia anche pel caso del problema ristretto. L'orbita corrispondente, dapprima poco diversa da quella di una soluzione periodica, se ne allontana poco a poco e dopo torna nuovamente ad avvicinarsi indefinitamente e asintoticamente.

Delle ricerche di POINCARÉ sulla divergenza delle serie adoperate nelle soluzioni del problema

Digitized by Google

dei tre corpi; della profonda analisi cui ha sottoposto tutti i metodi escogitati dai suoi predecessori, abbiamo già detto in breve (164).

Finalmente un'altra teoria, quasi per intero fondata da POINCARÉ, è quella degli invarianti integrali.

Riferendoci sempre al moto di un punto in uno spazio a n dimensioni, definito dal solito sistema di equazioni differenziali, si consideri un insieme di punti, formanti al tempo t una varietà, a $p \leq n$ dimensioni. Se l'integrale di una certa funzione di tali punti, esteso a questa varietà, ha lo stesso valore qualunque sia il tempo, esso è detto invariante integrale. POINCARÉ, prendendo le mosse da semplici e ben note analogie idrodinamiche, dà il mezzo di formare questi invarianti; ne stabilisce l'intimo nesso colla teoria delle equazioni alle variazioni; mostra come la teoria dell'ultimo moltiplicatore di JACOBI si riduce alla ricerca di un invariante integrale dello stesso ordine del sistema differenziale. Lo studio di alcuni invarianti integrali delle equazioni canoniche del moto di un sistema materiale permette infine di approfondire e di porre sotto nuova luce i legami tra le nuove e le vecchie teorie di JACOBI sulla trasformazione dei sistemi canonici, la teoria dei gruppi di trasformazione, ecc. E si studiano ancora, in relazione

(164) Vedi Cap. V, note (118), 119).

Digitized by Google

agli esponenti caratteristici delle soluzioni periodiche, gli invarianti integrali del problema dei tre corpi.

Il POINCARÉ ha anche mostrato l'uso che di tali invarianti si può fare per la verifica di calcoli faticosi relativi a sviluppi per serie trigonometriche, e la loro relazione colle soluzioni asintotiche; ma l'applicazione più originale e più importante è quella relativa alle condizioni di stabilità del moto.

Riferendosi alle ricerche di POISSON sulla invariabilità dei grandi assi, quando si trascurano i termini coi quadrati delle masse, si può osservare (in perfetto accordo colle ricerche di cui abbiamo già discorso (165)) che ciò in fondo significa che quando si tenga conto dei cubi delle masse, comparisce un termine periodico proporzionale al tempo. I grandi assi non hanno più stabilità completa nel senso di LAGRANGE; cioè i grandi assi non oscillano più entro limiti finiti, ma si può soltanto dire che essi riprenderanno una infinità di volte valori assai prossimi a quelli iniziali. In generale, quando un sistema dinamico ripassa, nel corso del suo movimento, una infinità di volte vicino quanto si vuole alla posizione iniziale — pur non sapendo se i corpi del sistema possano urtarsi o allontanarsi indefinitamente — si dice che esso ha stabilità alla POISSON.

---

(165) Vedi Cap. V, note (95) a (100).

Digitized by Google

Ora le ricerche di HILL e BOHLIN (166) avevano già mostrato che nel problema ristretto può aversi stabilità nel senso di LAGRANGE; quelle di PAINLEVÉ, LEVI-CIVITA, BISCONCINI e SUNDMAN (167) ci hanno informato sulle condizioni di urto pel

(166) Vedi nota (151).

(167) Cap. V; note (128) a (131). Un importante contributo alle questioni di stabilità è stato arrecato dal LEVI-CIVITA, *Sur l'instabilité de certaines substitutions* [Comp. rendus, t. 131, pp. 103–106 (1900)]; *Sur l'instabilité de certaines substitutions périodiques* [Ibid., pp. 170–173]; *Sur le problème restreint des trois corps* [Ibid., pp. 236–239]; *Sopra alcuni criteri di instabilità* [Annali di Matem., s. 3, t. 5, pp. 221–308 (1901)]. Egli ha studiato alcune trasformazioni puntuali, stabilendo per esse un criterio di stabilità: una siffatta trasformazione è stabile, se uno almeno dei suoi moltiplicatori ha modulo diverso da uno; ed ha quindi trattato della stabilità delle soluzioni periodiche del solito sistema differenziale, dimostrando che una soluzione periodica è stabile se uno almeno dei suoi esponenti caratteristici ha parte reale non nulla. Ha del pari studiato diversi tipi di sistemi di secondo ordine, e poi i sistemi canonici, pure di 2° ordine, in cui due esponenti caratteristici sono nulli e altri due eguali e di segno contrario e dà un criterio per la instabilità delle soluzioni periodiche. Applicando i risultati generali conseguiti al problema ristretto, ha ricercato le soluzioni periodiche prossime ad un moto circolare uniforme e ha dimostrato la instabilità di quelle in cui il moto medio è vicino ad un numero della forma $1 + \frac{3}{h}$, mettendo in rilievo la esistenza di zone di instabilità che si addensano intorno all'orbita del pianeta (Giove). Tre asteroidi si trovano appunto in queste condizioni.

Un complemento a queste ricerche è la memoria del sig.

Digitized by Google

problema ristretto e per quello generale dei tre corpi.

Ora, pel problema ristretto, il POINCARÉ ha fatto un nuovo passo: egli ha infatti dimostrato che il problema ristretto ha stabilità alla POISSON. Considerando infatti il solito sistema di equazioni differenziali, egli può assegnare (colla teoria dell'ultimo moltiplicatore) un invariante integrale finito dello stesso ordine del sistema ed esteso ad un volume V; tale volume si può scegliere in modo che se un punto si trova in esso all'origine del moto, vi resterà indefinitamente. Nella ipotesi poi che l'invariante sia positivo, si può dimostrare che (a meno di circostanze iniziali eccezionali) scelto in V un altro campo U_0, si può in infiniti modi scegliere la posizione del punto per modo ch'esso attraversi una infinità di volte il campo U_0 e che quindi vi sia stabilità alla POISSON. Basandosi infine sulla discussione delle curve di velocità nulla, più generale di quella di HILL e dovuta a DARWIN (168), egli prova che le precedenti considerazioni sono applicabili al problema ristretto: donde il teorema enunciato. Si possono anche

R. CIGALA, *Sopra un criterio di instabilità* [Annali di Matem., s. 3, t. 11, pp. 67–79 (1904)]. Altre considerazioni su stabilità di traiettorie circolari trovansi in E. ZAPP, *Untersuchung eines speziellen Falles des Drei- und Vierkörperproblems*. Inaug. Diss. 86 pagine, München, 1908.

(168) Vedi nota (188).

Digitized by Google

dare le condizioni perchè vi sia stabilità per una legge di attrazione più generale di quella di NEWTON; ma le considerazioni stesse non sono disgraziatamente applicabili al caso generale dei tre corpi.

Finalmente POINCARÉ ha studiato (dopo le ricerche di DARWIN) le soluzioni periodiche infinitamente vicine ad una data e di stesso periodo; la loro stabilità, ecc.

Anche dall'imperfetto e sommario cenno che abbiamo fatto, si può avere una idea della genialità e della generalità delle ricerche di POINCARÉ. Esse riguardano le parti più elevate di tutta la dinamica analitica; sono condotte con una ricchezza e con una varietà di mezzi meravigliose; e costituiscono uno dei più poderosi sforzi del sommo matematico. Esse hanno aperto nuovi orizzonti, nuove vie all'indagine dei matematici.

L'opera del POINCARÉ, non ancora sviscerata ed approfondita come merita; non ancora curata in tutti i suoi particolari, costituirà per molti e molti anni ancora oggetto di studio e di meditazione; è una miniera ricchissima di idee vaste e feconde (169).

---

(169) Altre applicazioni, fatte dal POINCARÉ posteriormente alla pubblicazione delle *Méthodes nouvelles*, si trovano in: *Les solutions périodiques et les planètes du type d'Hécube* [Bull. astr., t. 19, pp. 177–198 (1902)]; *Sur les planètes du type d'Hécube* [Ibid., pp. 289–310]. Le soluzioni periodiche di 1ª e 2ª specie hanno un particolare interesse quando i moti medi

Digitized by Google

Quasi al tempo stesso, alcune delle idee che il POINCARÉ sviluppava così profondamente, erano pure fatte conoscere da LORD KELVIN; e due valorosi astronomi, con calcoli laboriosissimi, procedevano al calcolo numerico e alla rappresentazione grafica di orbite periodiche nel problema ristretto, spianando forse la via ai fondamentali lavori di GIORGIO DARWIN. Meravigliose e non infrequenti coincidenze nella scienza!

LORD KELVIN (1824-1910) in due memorie del 1891 (170) si è occupato delle orbite periodiche dei sistemi dinamici, e delle traiettorie ad esse infinitamente vicine, per lo studio della loro stabilità; ha dimostrato che per ogni valore dell'energia totale v'è un'orbita perfettamente determinata, e tale che se il sistema è posto in movimento lungo di essa, vi circolerà periodicamente; e ne ha arrecato esempi interessanti della meccanica classica e del problema dei tre corpi. Poscia, in un'altra memoria

---

dei pianeti sono presso a poco commensurabili (come avviene per i satelliti di Giove); il POINCARÉ ne fa lo studio (eccetto per alcuni pianeti del tipo Ecuba) e per le soluzioni di 1ª specie. La seconda nota pone sotto altra forma alcuni risultati di SIMONIN [Ann. de l' Observ. de Nice, v. 6, pp. 1–73 (1897); Bull. astr., t. 19 e t. 22].

(170) *On Periodic Motion of a finite Conservative System* [Philos. Magaz., s. 5, vol 32, pp. 375–383 (1891)]; *On the Instability of Periodic Motion* [Ibid., pp. 555–560].

Queste due memorie furono pubblicate dopo la grande memoria del POINCARÉ degli Acta, che però KELVIN non conosceva.

Digitized by Google

del 1892 (171), volendo passare alla rappresentazione grafica dei concetti esposti, ha dato un metodo pel tracciamento delle traiettorie di un problema dinamico, valendosi della componente normale della forza, del raggio di curvatura e dell'angolo di direzione della tangente, espressi mediante le coordinate cartesiane del punto mobile. Il metodo è applicato ad un problema speciale e poi al problema di HILL, riuscendo a determinare, al pari di POINCARÉ, un'orbita con dei cappi. Metodo certamente laborioso, e che sarà tuttavia sfruttato con pieno successo da DARWIN.

Lavori teorici, che sono più diretta emanazione di quelli del POINCARÉ, sono dovuti a CALLANDREAU, CHARLIER, SCHWARZSCHILD, v. ZEIPEL, WILKENS e PREY.

O. CALLANDREAU (1852-1904) ha considerato ancora le soluzioni di EULER pel problema dei tre corpi in un piano e poi le soluzioni poco diverse da quelle corrispondenti ad orbite circolari, e prova infine che il sistema di equazioni cui conduce la considerazione d'una soluzione poco diversa da una soluzione periodica (equazioni alle variazioni) (172)

(171) *On graphic Solution of Dynamical Problems* [Report of the British Assoc., 1892, pp. 648–652; Philos. Magaz., s. 5, v. 34, pp. 443–448 (1892)].

(172) *Sur quelques applications des théories concernant les solutions particulières périodiques du problème des trois corps et l'intégration des équations différentielles linéaires à coefficients périodiques* [Bull. astr., t. 8, pp. 49–67 (1891)].

Digitized by Google

ammette pure particolari soluzioni periodiche. Altre soluzioni periodiche dipendenti da quattro costanti, e sempre pel problema piano, ha pure considerato lo CHARLIER (173). Lo SCHWARZSCHILD ha poi dimostrato l'esistenza di altre soluzioni periodiche, tali che dopo un certo tempo i tre corpi si ritrovano nella stessa posizione relativa, ma il sistema ha ruotato di un piccolo angolo, nella ipotesi che i tempi periodici del pianeta e del pianetoide stiano fra loro come due numeri interi (174). V. ZEIPEL ha specialmente studiato, con grande generalità, le soluzioni periodiche di terza specie, mostrandone l'esistenza anche in alcuni casi non considerati da POINCARÉ ed ha cercato di fare una classificazione dei differenti tipi di queste soluzioni e una discussione delle condizioni di stabilità, fondata sulla ricerca degli esponenti caratteristici. Lo ZEIPEL ha mostrato che vi sono soluzioni stabili per qualunque inclinazione; e ve ne

(173) *Studiar öfver tre-kroppars-problemet* [Bihang till K. Svens. Vetens.-Ak. Handlingar, Bd. 19; n.° 2, pagine 29 (1893)].

(174) *Ueber eine Classe periodischer Lösungen des Dreikörper-problems* [Astr. Nach., Bd. 147, pp. 17-24 (1896); *Ueber weitere Classe periodischer Lösungen* [Ibid., pp. 289–298]. In un lavoro posteriore egli ha pure studiate, sempre coi metodi di POINCARÉ, le orbite periodiche del tipo di Ecuba, la loro stabilità e tracciate curve che mostrano la validità del bel teorema dello stesso POINCARÉ sullo scambio delle stabilità; *Ueber die periodischen Bahnen vom Hecubatypus* [Astr. Nach., Bd. 160, pp. 385–400 (1903)].

Digitized by Google

sono altre stabili per inclinazioni variabili entro limiti sufficientemente piccoli ed assegnati (175).

Il WILKENS ha del pari considerato le soluzioni periodiche di prima specie con applicazione alle traiettorie di Estia e di Ecuba, di cui dà le condizioni di stabilità (176) ed il PREY finalmente un caso di commensurabilità (tipo $\frac{1}{3}$) nel sistema dei piccoli pianeti (177).

In seguito ad un tema proposto dall'Accademia Reale di Danimarca, per suggerimento dell'astro-

---

(175) *Remarques sur les solutions périodiques de la* 3me *sorte* [Bull. astr., t. 19, pp. 71–76 (1902)]; *Recherches sur les solutions périodiques de la troisième sorte dans le problème des trois corps* [Nova Acta R. Societ. Ups., s. 3, v. 20, pagine 68 (1904)]; *Ett bidrag till kännedomen om de periodiska planetbanorma* [Arkiv. f. Mathem. Astr. och Fys., Bd. 2, pp. 267–279 (1904)].

(176) *Untersuchungen über Poincaré'sche periodische Lösungen des Problems der drei Körper* [Ergänzungshefte zu den Astr. Nach. herausgegeben von H. Kreutz. Kiel, 1905, n.° 8]; *Untersuchungen über eine neue Klasse periodischer Lösungen des Problems der drei Körper* [Berichte der K. K. Akad. der Wiss. zu Wien. Mathem.-natur.-klasse, Bd. 114, pp. 1071–1113 (1905)].

(177) *Ueber den Fall der Kommensurabilität vom Typus* $^1/_3$ *im System der kleinen Planeten* [Ibid., Bd. 118, pp. 447–484 (1909)]. In questa memoria è pure notevole l'esame approfondito di una discussione fatta dallo CHARLIER, per mezzo di alcune ingegnose rappresentazioni geometriche.

Altre notevoli applicazioni delle orbite periodiche, per la teoria della luna, sono dovute a J. PERCHOT, *Sur les mouvements des nouds et du périgée de la lune, et sur les variations séculaires des excentricités et des inclinations* [Annales scient. de l'École Normale Supér., s. 3, t. 10, suppl., pp. 3–94 (1893)].

Digitized by Google

nomo N. THIELE (1838-1890), direttore dell'Osservatorio di Copenhague (178), EDUARD FREIHER VON HAERDTL (1861-1897) e CARL BURRAU hanno calcolato, con faticosi calcoli numerici e con quadrature meccaniche, alcune orbite quasi periodiche nel problema ristretto. v. HAERDTL ha considerato due masse eguali A e B mobili su orbite circolari intorno al loro centro di massa (sistema binario) e poscia una massa infinitesima C, mobile nel piano delle due prime, e posta, all'inizio dei tempi, sul prolungamento della retta AB e ad una distanza da A eguale alla metà di AB; di più i moti, pure all'inizio dei tempi, avvengono nello stesso senso (179).

Per via di quadrature meccaniche e quanto mai faticose, egli riesce a calcolare la traiettoria assoluta e relativa di C, e constata che essa è quasi periodica. Dopo che B ha fatte due rivoluzioni complete intorno ad A, verso la fine della terza rivoluzione, C tende ad allontanarsi dal centro di attrazione. I calcoli di v. HAERDTL non permet-

(178) *Recherches numériques concernant des solutions périodiques d'un cas spécial du problème des trois corps* [Astr. Nach., Bd. 138, pp. 1-10 (1896)].

(179) *Skizzen zu einer speciellen Fall des Problems der drei Körper* [Abhand. der K. Bayer Ak. der Wiss. in München, Bd. 17, pp. 589-644 (1891-92)]. Sui lavori di questo scienziato, così immaturamente rapito alla scienza, vedasi: Vierteljahrsschrift der Astr. Gesell., 32 Jahrgang, pp. 33-41.

Digitized by Google

tono di andar più oltre; ma poco dopo COCULESCO potè provare che il mobile C non si allontanerà indefinitamente e, colla considerazione della curva limite di HILL e di un invariante integrale, provò ancora che C possiede stabilità, sia nel senso di HILL che in quello di POISSON (180).

Lo CHARLIER prima (181) e più recentemente e con grande profondità il BOHLIN (182) hanno considerato nuovamente il caso di v. HAERDTL dal punto di vista teorico, dando i mezzi per poter, con appropriati sviluppi, evitare le quadrature meccaniche.

---

(180) *Sur la stabilité du mouvement dans un cas particulier du problème des trois corps* [Comp. rendus, t. 114, pp. 1339-1341 (1892)].

(181) *Studiar öfver tre-kroppars-problemet* [Bihang till K. Svens.- Vetens. Ak. Handlingar, Bd. 18, n.° 6, pagine 22 (1892)].

(182) *Integralentwickelungen des Dreikörper-Problems* [Astr. Jakttagelser och Undersökningar a Stokolms Observ., Bd. 9, n.° 2, pagine 141 e 11 tavole (1908)]; *Integralentwickelungen des von Haerdtl'schen Dreikörper-Problems* [Ibid., n.° 4, pagine 39 (1911)]. Il BOHLIN ha rilevato il grande valore teorico del caso trattato da v. HAERDTL; e mentre lo CHARLIER per la sua trattazione teorica si vale di sviluppi in serie di potenze del tempo, il BOHLIN adopera sviluppi trigonometrici, coi quali ha potuto costruire un gran numero di grafici, che mirabilmente completano quelli già ottenuti da v. HAERDTL. Si veda ancora dello stesso autore: *Sur une branche uniforme de l'orbite décrite dans un cas particulier du problème des trois corps* [Arkiv för Math. Astr. och Fys., t. 8, n.° 17, pagine 19 (1912)]; *Sur le développement des intégrales du problème des trois corps* [Ibid., n.° 33, pagine 28; t, 10, n.° 33, pagine 17 (1915); Journ. de Mathém., s. 7, t. 1, pp. 367-400 (1915)].

Digitized by Google

Il BURRAU, dell'Osservatorio di Copenhague (183), considerando sempre il caso del sistema binario, pone inizialmente C al vertice del triangolo equilatero costruito su AB nel piano del moto e gli imprime una velocità secondo la bisettrice interna (con ciò si vengono a fissare tre costanti). Attribuendo alla costante dell'integrale di JACOBI vari valori (ad eccezione di uno solo cui corrisponde una traiettoria singolare ridotta ad un punto) si ottengono varie traiettorie che il BURRAU ha calcolate, punto per punto, coi noti metodi di integrazione meccanica. Ha in particolare disegnate quelle degli intorni dei centri di librazione e le ha studiate col metodo delle equazioni alle variazioni; ha cioè studiate le così dette librazioni pure, aventi per orbita limite una traiettoria uscente da una delle due masse, traiettorie di ejezione (limiti di famiglie di satelliti oscillanti nel senso di DARWIN); ed ha ottenuto risultati simili a quelli che in modo più completo otterrà DARWIN.

La questione trattata dal BURRAU è stata considerata teoricamente dai signori J. PERCHOT e J. MASCART (184), i quali hanno direttamente ap-

(183) *Recherches numériques concernant des solutions périodiques d'un cas spécial du problème des trois corps* [Astr. Nach., Bd. 135, pp. 233–240 (1894); Bd. 136, pp. 161–174 (1894)]; *Numerische Berechnung eines Spezialfalles des Dreikörperproblems* [Astr. Nach., Bd. 195, pp. 113–118 (1913)].

(184) *Sur une classe de solutions périodiques dans un cas particulier du problème des trois corps* [Comp. rendus, t. 120, pp. 906–909 (1895); Bull. astr., t. 12, pp. 329–352 (1895)].

plicati i metodi di POINCARÉ ottenendo dei risultati e dei grafici non dissimili da quelli del BURRAU. Gli autori escludono la esistenza di soluzioni periodiche intorno al vertice del triangolo equilatero; e quanto a quelle soluzioni periodiche intorno ai centri di librazione sulla retta AB (di EULER), la loro reale esistenza non contraddice al noto risultato di LIOUVILLE sulla assoluta instabilità di questi punti; non essendo da escludere il caso di speciali condizioni iniziali, capaci di far sparire dalla soluzione generale i termini con gli esponenziali (185).

Anche il BURRAU (186) è tornato sullo sviluppo teorico del suo primo lavoro, proponendosi di ottenere degli sviluppi in serie di FOURIER per tutte le traiettorie di ejezione. Ma del lavoro completo, proseguito poscia in unione collo STRÖMGREN, non sono stati finora pubblicati che brevi cenni (187)

Chi in tal campo ha compiuto il maggior e proficuo lavoro, dando splendide conferme dei risultati di POINCARÉ, ed ha sparso maggior luce, con un lavoro assiduo di parecchi anni, è GIORGIO DARWIN (1845-1912). Egli ha ripreso il problema

(185) Lo stesso era già stato osservato da GYLDÉN; vedi nota (64).

(186) *Ueber einige in Aussicht genommene Berechnung, betreffend einen Spezialfall des Dreikörper-Problems* [Vierteljahrsschrift Astr. Gesell., 41 Jahrgang, pp. 261–266 (1906)].

(187) *Ueber Librationen und Ejektionenbahnen* [Ibid., 48 Jahrgang, pp. 222–231 (1913)].

Digitized by Google

di HILL; ma senza fare al principio nessuna ipotesi restrittiva sul moto del pianetoide (188).

L'origine è sempre il centro di massa dei due corpi (supposto fisso) di cui uno S — il Sole — ha massa μ; l'altro J — Giove — ha massa uno; la distanza è scelta pure eguale ad uno; la velocità angolare costante dei due corpi è eguale ad n. Le equazioni cartesiane del moto relativo del pianetoide si possono porre sotto una forma assai elegante e simmetrica, e inoltre DARWIN fa una accurata analisi delle curve di velocità nulla (curve critiche) le quali son tracciate con successive risoluzioni di equazioni cubiche.

Per valori molto grandi della costante di JACOBI (DARWIN comincia da $h = 40{,}50$) la curva di velocità nulla consta di tre rami chiusi, tre ovali quasi circolari; uno, α, molto piccolo intorno ad S; un secondo, β, intorno ad J, e finalmente un terzo, γ, che abbraccia i primi due. Col decrescere di h, i due rami α e β si ingrandiscono e viene un

(188) *On Periodic Orbits* [British Assoc. Report, 1896, pp. 708–709]. *Periodic Orbits* [Acta Mathematica, t. 21, pp. 99–242 (1897); Mathem. Ann., Bd. 51, pp. 523-583 (1899); Scientific Papers, v. 4, pp. 1–113 (1911)]. DARWIN chiama punti critici quelli che, con GYLDÉN, chiamansi ora generalmente centri di librazione; di più suppone $\mu = 10$. Nel trattato dello CHARLIER, *Mechanik des Himmels*, Bd. 2, pp. 115, è invece supposto $\mu = 0{,}1$. Per $\mu = 1 : 320\,000$ si ha all'incirca il caso della terra e della luna e per $\mu = 1$ il caso di BURRAU. La posizione dei centri di librazione in questi due casi è pure calcolata dallo CHARLIER.

Digitized by Google

momento in cui per un certo valore h_1 della costante ($h_1 = 40{,}18$) essi si uniscono, sull'asse x, in un punto L_1, che è precisamente uno dei centri di librazione (precisamente quello interno al segmento SJ), formando una specie di lemniscata. Per valori più piccoli di h_1, tale curva lemniscata, che è sempre separata dal ramo γ, assume la forma di un orologio a polvere e si ha un certo valore $h_2 = 38{,}88$ in cui essa si congiunge colla ovale esterna γ nel centro L_2 di librazione (precisamente quello esterno al segmento SJ e dalla parte di J); seguitando h a decrescere la forma della curva assume l'aspetto di ferro di cavallo e per un valore conveniente $h_3 = 34{,}91$, presenta un punto doppio nel terzo centro di librazione L_3 (esterno al segmento SJ e dalla parte di S); continuando ancora a decrescere, la curva impiccolisce fino a che si riduce a due punti (per $h = 33$) L_4, L_5, che sono i vertici dei due triangoli equilateri descritti sopra SJ e sono gli altri due centri di librazione. Da questi risultati generali discendono agevolmente quelli del caso di HILL. La considerazione di queste curve è utile per decidere, in alcuni casi, della stabilità del moto del pianetoide (189).

(189) G. KOBB, *Sur un cas d'instabilité possible* [Bull. astr., t. 18, pp. 219–221 (1901)] ha osservato che se h_0 è il valore della costante di JACOBI per cui si uniscono le due ovali α e β; h_1 quello in cui la interna si unisce all'esterna, si ha stabilità dell'orbita per $h > h_0$ (tale è il caso del pianetino Hilda (153));

Digitized by Google

Poscia DARWIN, servendosi del metodo proposto da LORD KELVIN (190), calcola con formule di interpolazione e con quadrature meccaniche, le orbite corrispondenti ad una serie di valori della costante h e ne studia, cosa importante e ben più difficile, col metodo della variazione infinitesima dell'orbita, il loro grado di stabilità.

È in questo § appunto che DARWIN sviluppa e chiarisce molti punti della memoria di HILL; dimostra infatti che lo spostamento δp, lungo la normale di un'orbita periodica, soddisfa alla equazione di HILL, che DARWIN trasforma assumendo l'arco per variabile indipendente. Valendosi poi dello stesso metodo di HILL, trova l'equazione

---

mentre non si può nulla affermare per $h_1 < h < h_0$ (come nel caso di Thule (279)); ed ha concluso che è stabile il moto del 7° e instabile quello dell'8° satellite di Giove; ma ciò non è esatto. Vedi nota (194). Posteriormente, *Sur la stabilité des orbites des nouveaux satellites de Jupiter* [Ibid., t. 25, pp. 411–415 (1908)] ha considerato il moto del pianetoide nello spazio e la superficie di velocità nulla, partendo sempre dall'integrale di JACOBI, e che per valori assai grandi di h consta di due superficie chiuse. Per Giove e Sole ha calcolato il più piccolo valore di h che corrisponde a superficie chiuse e ne ha fatto applicazione allo studio della stabilità del 7° e 8° satellite. Si può anche consultare sullo stesso argomento: F. R. MOULTON, *The Limits of Temporary Stability of Satellite Motion with an Application to the Question of the Existence of an Unseen Body in the Binary System F. 70 Ophiuchi* [Astr. Journal, v. 20, pp. 33–37 (1907)].

(190) Vedi nota (171).

Digitized by Google

determinante e l'esponente c del solito esponenziale, e dalla sua realtà o meno può decidere della periodicità o no di δp, e quindi della stabilità o della instabilità dell'orbita.

Considerando soltanto orbite la cui rivoluzione accade, come quella di J, in senso diretto, ecco i risultati cui è giunto DARWIN per i vari valori della costante h di JACOBI.

h =40; si ha un pianeta A che percorre un'orbita periodica stabile intorno ad S, ma che non avvolge J; poi un satellite intorno J pure stabile e finalmente un satellite a oscillante intorno al centro di librazione L_1, instabile e mobile con rivoluzione retrograda.

h = 39,5; si ha ancora un pianeta stabile A (con minor stabilità del precedente); un satellite oscillante a instabile e la cui traiettoria diviene sempre più ampia col decrescere di h; un altro satellite A instabile la cui traiettoria, col decrescer di h, tende ad avvicinarsi ad S.

h = 39,3; compariscono due altri satelliti B e C, rispettivamente instabile e stabile; mentre il satellite A ha per traiettoria una curva a forma di otto, di cui un cappio avvolge J ed un altro il centro di librazione L_1 tra S ed J.

h = 39; si presentano gli stessi satelliti; le traiettorie di B e di C si sono allontanate e C è ancora stabile.

h = 38,5; si ha in più un altro satellite oscil-

Digitized by Google

lante intorno al centro di librazione L_2; la traiettoria di C ha la forma di campana; tutte le traiettorie sono instabili.

Finalmente per $h = 38$ abbiamo le stesse particolarità; la traiettoria di C sembra presentare cappi simmetrici.

E fin qui si arresta, in questa memoria del 1897, il faticoso lavoro di DARWIN, che reca un prezioso (191) contributo alla teoria delle orbite pe-

(191) E. STRÖMGREN, *Ueber mekanische Integration und deren Verwendung für numerische Rechnungen auf dem Gebiete des Dreikörper-Problems* [Öfversigt af. K. Sv. Vetens.-Ak. Förhandlin., 1900, pp. 443–454], ha cominciato ad esporre alcune considerazioni generali sulle quadrature meccaniche e sulla loro razionale applicazione ai problemi di v. HAERDTL, BURRAU e DARWIN, senza fare ipotesi speciali sulle masse e sulle distanze dei corpi. Ma egli non ha pubblicato, ch'io sappia, altro che la parte riguardante il problema dei due corpi per istituire un necessario ed utile confronto tra le note formule e quelle ottenute con le quadrature meccaniche.

Ha tuttavia applicato il metodo numerico della integrazione meccanica allo studio di un caso speciale del problema dei tre corpi A, B, C, che sono in linea retta al principio del moto. C ha massa 2, A e B hanno la massa 1; A si trova (inizialmente) a sinistra di C, B a destra a distanze che stanno fra loro come 7 sta a 10; di più A si muove inizialmente in basso, B in alto e nello stesso piano e le loro velocità sono tali che ciascuno dei due corpi descriverebbe un cerchio se l'altro non esistesse. Egli traccia le curve punto per punto per i valori del tempo da $t = 0$ a $t = 215$; B a poco a poco si allontana da A e C e la sua traiettoria si avvicina a quella di una ellissi allungata intorno al centro di gravità di A e C, mentre A fa quattro rivo-

Digitized by Google

riodiche e costituisce una meravigliosa illustrazione delle teorie di POINCARÉ.

Nel 3° volume delle *Méthodes nouvelles* (1899), POINCARÉ, discutendo i risultati di DARWIN, ha notato che il passaggio del satellite A dalla stabilità (curva ad otto) alla instabilità (pianeta oscillante) presenta una difficoltà; poichè, secondo i criteri generali stabiliti, ci dovrebbe essere uno scambio di stabilità con altre soluzioni periodiche rappresentate da curve chiuse che fanno un sol giro intorno ad J, cioè i satelliti instabili di

---

luzioni intorno C: *Ein numerisch gerechneter Spezialfall des Dreikörperproblems mit Massen und Distanzen von derselben Grössenordnung* [Astr. Nach., Bd. 182, pp. 184–192 (1909)].

È anche molto interessante l'altro lavoro: *Ueber eine einfache Lösung eines Spezialfalles des Dreikörperproblems angewandt auf die Merkurnahe des Kometen* 1909 *b* [Ibid., Bd. 160, pp. 191–194 (1903)]; egli assume le coordinate della cometa come funzioni lineari del tempo e allora le equazioni differenziali del problema si trasformano in altre che s'integrano rigorosamente.

Al citato lavoro di DARWIN si riferiscono pure i seguenti: R. SCHLITT, *Untersuchungen über einen Specialfall des Problems der drei Körper mit nahezu periodischer Lösung*. Inaug. Diss. Kiel, 1903, 30 pagine; W. DE SITTER, *Over periodicke banen von den Hestia-Typus* [Verslag von de Gewone Vergaderingen der Vis-en-Naturkundige Afdeeling, Deel 16, pp. 35–44 (1907), Amsterdam] in cui si contengono nuove dinostrazioni geometriche di alcuni risultati di POINCARÉ, *Méthodes nouvelles*, t. 3, §§ 383, 384; costruendo una appropriata superficie in corrispondenza con le soluzioni periodiche.

Digitized by Google

DARWIN non sarebbero la continuazione analitica di quelli stabili.

Quindi il POINCARÉ, che avvalora le sue osservazioni con considerazioni di continuità, conclude che se DARWIN avesse continuato lo studio dei satelliti A per valori di h inferiori a 38, avrebbe trovato delle orbite stabili.

Alle stesse conclusioni, quasi contemporaneamente, giungeva il sig. S. S. HOUGH. Egli ha minutamente esaminato il poderoso lavoro di DARWIN; ha studiato con accuratezza i moti periodici in vicinanza dei centri di librazione situati sulla congiungente di S con J e anche alcuni moti asintotici (secondo POINCARÉ); poscia con sottili congetture ha mostrato come doveano essere corretti i risultati di DARWIN, ammettendo cioè l'esistenza di due famiglie di satelliti A′ e A″, l'una stabile, l'altra instabile e l'ipotesi di un'orbita periodica retrograda. Finalmente è dovuto all'HOUGH un metodo, diverso da quello di HILL, per lo studio della stabilità delle orbite (192).

DARWIN è quindi ritornato sull'argomento in

(192) *On certain Discontinuities connected with Periodic Orbits* [Acta Mathem., t. 24, pp. 257–288 (1901)]. Questa memoria è stata ripubblicata di seguito a quella di DARWIN nel 4° volume delle Collected Papers. L'HOUGH ha pure rettificato un risultato del DARWIN relativo alla stabilità del moto intorno ai centri di librazione L_4, L_5, dimostrandone la instabilità per $\mu > 25$.

Digitized by Google

un nuovo e lungo lavoro del 1909 (193), in cui si è proposto di continuare i calcoli iniziati tredici anni prima per avvalorare in modo positivo le congetture di POINCARÉ e di HOUGH. Ed egli nota subito la propria mancanza di non aver considerato le orbite di ejezione del BURRAU, che sono la forma di transizione tra le orbite retrograde e le orbite dirette; sicchè le figure ad otto, erroneamente classificate tra quelle descritte dai pianeti A, sono ora costituenti di una famiglia A′, e quelle previste da HOUGH (pure di forma ad otto) costituiscono un'altra famiglia A″; i satelliti A, da diretti, diventano retrogradi passando per un'orbita di ejezione. La nuova memoria contiene ancora un'altra serie di risultati notevolissimi, poichè sono tracciate le orbite corrispondenti ai valori 39, 38, 37 della costante di JACOBI, che sono dirette nello spazio, retrograde rispetto agli assi mobili (quella per cui $h = 37$ presenta un bel cappio); sono studiate le orbite di ejezione da J verso S e di più tracciate per diversi valori di h.

Il DARWIN ha di più tracciate alcune orbite (dirette) della famiglia A′ per $h = 39{,}5$; 39; 38,5; 38; e della famiglia A″ fino ad $h = 38{,}85$ in cui l'orbita assume la forma di orbita di ejezione che parte da J e presenta un cappio; dopo tale orbita il moto diventa

(193) *On certain Families of Periodic Orbits* [Monthly Notices, v. 70, pp. 108–143, 604 (1910); Collected Papers, v. 4, pp. 140–181].

Digitized by Google

retrogrado. In queste famiglie il pianetoide gira intorno ad J ed al centro di librazione L_1; oppure una volta intorno J e due volte intorno L_1.

Quanto poi a decidere della stabilità delle due famiglie, DARWIN può asserire solamente che l'orbita A′ è instabile vicino alla curva di ejezione; e quindi è indotto a congetturare, senza poterlo dimostrare, che A″ sia stabile.

Finalmente DARWIN ha tracciato pure un'orbita non periodica con un cappio, ed ha concluso alla possibile esistenza di due altre famiglie D′ e D″ di forma ad otto e che si allungano verso i centri di librazione L_4, L_5 (cioè i vertici del triangolo equilatero di LAGRANGE); ed il passaggio del pianetoide per un punto di forza nulla, con moto asintotico diretto o retrogrado, basterebbe a dar ragione del moto di transizione delle orbite da dirette a retrograde.

In questi lavori di DARWIN si ha pure un'interessante verifica numerica del teorema di POINCARÉ sulla scomparsa a coppie delle soluzioni periodiche e una prova luminosa della grande importanza dello studio delle traiettorie di ejezione, iniziato dal BURRAU. Se si riuscirà a studiare tutte queste traiettorie di ejezione, si potrà avere una idea complessiva di tutto il comportamento delle orbite periodiche (194). Da tali lavori risulta ancora la

(194) Oltre i citati lavori del BURRAU, note (183), (186), si può vedere, dello stesso autore, la recensione fatta alla prima

Digitized by Google

esistenza di regioni di instabilità, la quale sembra poter condurre ad una spiegazione storica della legge di BODE e delle lacune che presenta la serie dei piccoli pianeti (195).

Alla fine del nuovo lavoro, DARWIN osserva che ancora molto resta a scoprire su questo argomento delle orbite periodiche; quasi ad invitare i matematici a non essere allontanati da un tale studio dai calcoli prolissi e faticosi, studio che è sempre promettente di larga messe di risultati. I geometri americani, con a capo il MOULTON, come vedremo, hanno brillantemente risposto all'invito di DARWIN.

Uno studio ben più semplice del precedente e

---

memoria di DARWIN in Vierteljahrsschrift der Astr. Gesell., 33 Jahrgang, pp. 21-33 (1898). Altre notevoli ricerche sulle orbite retrograde e sulla loro stabilità, la cui importanza è dovuta alla scoperta del moto retrogrado dell'8° satellite di Giove e di un satellite di Saturno, debbonsi al sig. J. JACKSON, *Retrograde Satellite Orbits* [Monthly Notices, v. 74, pp. 62–82 (1914)]. Recentemente poi il MOULTON, *On the Stability of Direct and Retrograde Satellite Orbits* [Ibid., v. 75, pp. 40–57 (1914)], ha con nuovo metodo investigato i caratteri di stabilità delle orbite periodiche dirette o retrograde, ed ha dimostrato che un orbita periodica retrograda, avente lo stesso periodo dell'8° satellite di Giove, è stabile, mentre che un'orbita periodica diretta dello stesso periodo è instabile ed appartiene alla categoria B di DARWIN.

È stato scoperto per mezzo della fotografia (luglio 1914), all'Osservatorio di Lich, un nuovo satellite di Giove i cui elementi sono simili a quelli dell'8° e il cui movimento è retrogrado.

(195) W. F. HENKEL, *Orbites périodiques* [The Observatory. A Monthly Review of Astronomy, v. 35, p. 86 (1912)].

Digitized by Google

che si è proseguito con grande ardore e con pieno successo, è stato quello delle orbite periodiche ed asintotiche intorno ai centri di librazione. Iniziato già da GYLDÉN e MOULTON (196), poi da DARWIN e HOUGH nei lavori or ora esaminati, ha costituito oggetto di accurate ricerche da parte di C. V. L. CHARLIER nel 1900 (197).

Metodi ben noti di integrazione di sistemi di equazioni differenziali lineari a coefficienti costanti (cui nel caso in esame, limitandosi alla prima approssimazione, si riducono le equazioni di HILL o di DARWIN) fanno dipendere la ricerca dalla discussione di una biquadratica avente due radici reali e due immaginarie pure; si conclude che esistono soluzioni periodiche per qualunque valore di μ in prossimità dei centri L_1, L_2, L_3; mentre esistono nell'intorno di L_4, L_5, soltanto se $\mu < 0{,}0401$.

Lo CHARLIER ha considerato accuratamente queste orbite e dato il mezzo rapido per tracciarle, per vari valori di μ; esse sono, in prima approssimazione, delle ellissi; quelle intorno L_1, L_2, L_3 hanno la stessa eccentricità, ecc.

---

(196) Vedi note (64), (65).

(197) *On Periodic Orbits* [Öfversigt af K. Vetens.-Ak., Bd. 57, pp. 1053–1082 (1900)]. Questo lavoro è stato riprodotto, ampliato e perfezionato col sussidio dei lavori del PLUMMER, nella *Mechanik des Himmels*, Bd. 2, pp. 117–137 (1907). La elegante dimostrazione sulle radici della biquadratica è appunto dovuta al PLUMMER.

Digitized by Google

Il sig. E. O. LOVETT, a complemento di queste ricerche, ha anche considerato (oltre i soliti cinque) anche i quattro centri immaginari di librazione ed ha provato che per μ positivo e minor di uno, non esistono in loro vicinanza orbite periodiche; mentre possono esistere per altri valori di μ (198).

Eleganti considerazioni dirette sulle equazioni cui conduce il metodo classico seguito dallo CHARLIER, e uno studio della superficie $z = \Omega$ (Ω rappresenta l'integrale dell'energia relativa) sono dovute al signor H. C. PLUMMER, il quale sfrutta ingegnosamente i valori dei raggi di curvatura di tali superficie, per la interpretazione delle condizioni di realtà delle radici delle note equazioni e poscia ha spinto l'approssimazione ai termini di secondo ordine; ha quindi potuto dimostrare che le orbite di tali pianeti oscillanti sono tautocrone, e ha calcolate le coordinate dei punti delle tre famiglie intorno L_1, L_2, L_3 (l'ultima delle quali non considerata da DARWIN) per vedere di quanto la loro forma si allontana da quella ellittica. In ulteriori lavori ha ancora spinto l'approssimazione ai termini di 3° ordine (199).

---

(198) *On the Periodic Solutions of the Problem of Three Bodies* [Astr. Nach., Bd. 159, pp. 281–286 (1902)].

(199) *On Periodic Orbits in the Neighbourhood of Centres of Libration* [Monthly Notices, v. 62, pp. 6–17 (1902)]; *On Oscillating Satellites* [Ibid., v. 63, pp. 436–443 (1902–1903); v. 64, pp. 98–105 (1903–1904)].

Digitized by Google

Lo stesso argomento è stato anche di recente trattato dal sig. HANS HAPPEL, colla considerazione dei termini di secondo ordine per le traiettorie periodiche intorno L_1, L_2 e poi per quelle a forma di otto intorno L_1 e J; oppure L_2 e J (200).

Nel 1905 lo STRÖMGREN, prendendo occasione dalla scoperta del decimo satellite di Saturno, ha studiato più specialmente le orbite in vicinanza dei centri di librazione L_4, L_5; ossia le condizioni di stabilità della configurazione di LAGRANGE, nella ipotesi che una delle masse sia nulla (201). Il pianetoide, per speciali condizioni iniziali, si avvicina asintoticamente al vertice del triangolo equilatero; in altri casi invece il pianetoide, posto in vicinanza di L_4, potrà muoversi di moto periodico, oppure allontanarsi indefinitamente. Lo stesso problema è stato del pari elegantemente trattato da BURGATTI anche pel caso in cui il moto del pianetoide non avvenga costantemente in un piano (202) e poi dal DANIELE, il quale ha osservato che anche in questo caso si hanno gli stessi

(200) *Ueber die Lösungen beim Dreikörperproblem in der Nähe der Librations-zentra* [Mathem. Ann. Bd., 71, pp. 404–416 (1912)].

(201) *Ein asimptotischer Fall im Dreikörperproblem* [Astr. Nach., Bd. 168, pp. 105–108 (1905)].

(202) *Sopra una classe particolare di soluzioni asintotiche nel problema ristretto dei tre corpi* [Rend. delle sezioni della R. Accademia delle Scienze dell'Ist. di Bologna. Classe di scienze fisiche. Anno acc. 1910–1911].

Google

centri di librazione del caso ordinario del problema ristretto (203).

Ulteriori ricerche sul problema spaziale e sui moti periodici in vicinanza dei centri di librazione sono dovute al sig. SIBIRANI (204).

Finalmente il sig. PAVANINI (205) ha studiato un'altra classe di soluzioni periodiche nel caso in cui le masse dei due corpi, $\frac{1}{2} + \mu$ e $\frac{1}{2} - \mu$, differiscano assai poco tra di loro e ruotino uniformemente intorno al loro centro di gravità. Nel caso particolare che le masse siano eguali cioè $\mu = 0$ e che il pianetoide abbia posizione e velocità iniziale convenienti (sia situato sull'asse comune di rivoluzione) il moto è periodico quando si limitino i valori dell'energia; passando poi al caso di μ sufficientemente piccolo, può dimostrare,

(203) *Sui centri di librazione in un problema più generale di quello ristretto dei tre corpi* [Atti Acc. Scienze di Torino, v. 47, pp. 586–600 (1911–1912)].

(204) *Intorno ad alcune soluzioni del problema ristretto dei tre corpi* [Rend. Ist. Lombardo, v. 49, pp. 661–677, 320–322 (1916)].

(205) *Sopra una nuova categoria di soluzioni periodiche nel problema dei tre corpi* [Annali di Matem., s. 3, t. 13, pp. 179–203 (1906)]. Il caso di $\mu = 0$ è stato trattato posteriormente dal sig. W. D. MAC MILLAN, *An Integrable Case in the Restricted Problem of Three Bodies* [Astr. Journal, v. 37, pp. 11–13, (1910–1913)] il quale ha rappresentato il movimento con integrali ellittici e con sviluppi in serie di termini periodici.

Digitized by Google

coi metodi del POINCARÉ, che esiste una duplice infinità di soluzioni periodiche, convenientemente limitando i valori dell'energia.

La scoperta, fatta dal 1906 al 1908, di quattro pianetini, costituenti il gruppo troiano, e cioè Achille (588), Patrocloo (617), Ettore (624) e Nestore (689), che con il Sole e Giove costituiscono approssimativamente la configurazione del triangolo equilatero di LAGRANGE, oscillando essi rispettivamente intorno L_5 il primo, intorno L_4 gli altri; ha conferito una singolare importanza e al caso scoperto dal LAGRANGE e allo studio dei moti periodici intorno ai centri di librazione L_4, L_5.

F. J. LINDERS, nel 1908, valendosi ancora del classico metodo di DELAUNAY e delle citate ricerche dello CHARLIER, cercò appunto di dedurre, da una soluzione periodica, gli elementi osculatori per le perturbazioni di Giove e ne fece applicazione al pianetino scoperto nel 1906 (206).

Poco dopo il BROWN, collo stesso metodo adoperato da DARWIN, studiò parimenti le piccole

(206) *Ueber die Bewegung eines kleinen Planeten in der Nähe der Lagrange'schen Dreiecchspunkte* [Arkiv för Mathem., Astronomi och Fys., Bd. 4, n.° 20, pagine 25 (1908)].

Altri lavori che si riferiscono a questo argomento sono quelli del sig. W. W. HEINRICH, *Ueber die periodischen Bahnen vom Typus* $(p + 2)/p$, *insbesondere über den Fall* $^5/_3$ [Astr. Nach. Bd. 192, pp. 325–336 (1912)]; *Ueber einen Spezialfall des Dreikörperproblems*; *Ueber gewisse Ungleichheiten im asteroidischen*

Digitized by Google

oscillazioni che possono effettuarsi intorno alle posizioni L_4, L_5 (che sono anche posizioni di equilibrio relativo) e trovò due orbite relative: una descritta presso a poco nello stesso tempo di quella di Giove, l'altra con un periodo circa tredici volte maggiore; l'oscillazione avviene parallelamente a quella dell'orbita di Giove e termina a ferro di cavallo. Anche il BROWN traccia le curve di velocità nulla per un valore di μ diverso da quello considerato da DARWIN, e conclude che i casi di

---

Problem [Ibid., pp. 209–218 (1913)] in cui l'A. ha considerato alcune curve, dette *Resonanzkurven*, il cui studio è connesso con quello dei piccoli divisori degli sviluppi in serie: *Ueber die periodischen Bahnen der Jupitergruppe* [Vierteljahrsschrift der Astr. Gesell., 48 Jahrgang, pp. 244–247 (1913)]; *Příspěvek k theorii Darwinovych oscillujicich satellitu* [Časopsis pro pěstovani Mathematiky a Fysiky, v. 42, pp. 175–183, 407–425 (1913)]: e del sig. H. R. WILLARD, *On a Family of Oscillating Orbits of Short Period* [Monthly Notices, v. 73, pp. 471–474 (1913)]. Il sig HAROLD JEFFREYS, *The effect of a Resisting Medium on Lagrange's Three Particles* [Monthly Notices, v. 75, pp. 577–583 (1915)] ha considerato l'influenza di un mezzo resistente come la velocità, ed ha concluso che tale resistenza non può convertire uno dei pianeti del gruppo troiano in un satellite di Giove.

Il Bull. of the American Math. Society, v. 20, p. 474 (1916) annuncia che il premio SMITH (Cambridge) pel 1916 è stato assegnato ad H. M. GARNER; *On orbital oscillations about the equ. triang. conf. in the prob. of three bodies;* ed il premio RAYLEIGH a N. M. SMART, *Libration on the Trojan Planets*. Non abbiamo potuto procurarci questi lavori.

Digitized by Google

stabilità debbano essere assai più frequenti che i casi di cattura e di espulsione. Egli ha poscia osservato che se le masse soddisfano ad una certa relazione, com'è noto, il moto è stabile; e si è domandato che cosa accade ove essa non sia soddisfatta; ed ha mostrato che in tal caso possono bensì esistere orbite chiuse intorno a queste posizioni di equilibrio, ma non possono essere di dimensioni finite (207). A questi lavori si ricollega un altro lavoro del DARWIN, forse l'ultimo scritto dall'illustre scienziato. Se la massa μ è minore di 24,9599, il triangolo equilatero cessa di dare soluzioni stabili e quando il pianetoide è spostato dal vertice L_4, esso si muove su di una traiettoria a forma di spirale; tuttavia, per certe condizioni iniziali, l'angolo dei raggi vettori dei due pianeti (Giove e pianetoide) non varia che entro limiti ristretti; e quindi DARWIN si è proposto di vedere se per valori di μ più piccoli di quello accennato, si potesserò assegnare dei limiti per l'orbita relativa. Anche qui, partendo da un'orbita di ejezione, e con metodo diverso da quello del BROWN, egli ha accertato (e costruito per alcuni valori della costante h dell'energia: 33,50; 33,75 e coi soliti laboriosi metodi di integrazione meccanica)

(207) *On a New Family of Periodic Orbits in the Problem of Three Bodies* [Monthly Notices, v. 71, pp. 438–454 (1911)]; *On the Oscillating Orbits about the Triangular Equilibrium Points in the Problem of Three Bodies* [Ibid., pp. 492–502].

Digitized by Google

la esistenza di una nuova classe di soluzioni periodiche, aventi un doppio cappio e precisamente quello molto esteso intorno L_4 si completa con un altro, descritto in senso inverso, intorno J e la durata di una rivoluzione completa supera di molto quella di una rivoluzione di J intorno S. Tali orbite però non sembrano stabili, di modo che i pianetini che per poco se ne allontanassero, sarebbero finalmente assorbiti da J (208).

La teoria delle orbite periodiche ha ricevuto nuovo impulso dai lavori del sig. FOREST RAY MOULTON e dei suoi allievi.

Abbandonato anzitutto il metodo delle integrazioni meccaniche e servendosi di sviluppi in serie di potenze, convergenti entro certi limiti, egli ha considerato, da un nuovo punto di vista, tutto il vasto problema delle orbite periodiche nel problema ristretto, e confermato tutti i risultati ottenuti così faticosamente da DARWIN, nonchè quelli di HILL e di BROWN; ha anche trattato il caso in cui il pianetoide è molto distante da S e da J, studiando ancor qui alcune orbite periodiche (209).

---

(208) *On Librating Planets and on a New Family of Periodic Orbits* [Monthly Notices, v. 72, pp. 642–658 (1911–1912)]. È posteriore alla pubblicazione del 4° volume delle Collected Papers.

(209) *A Class of Periodic Solutions of the Problem of Three Bodies with Applications to the Lunar Theory* [Trans. American Mathem. Society, v. 7, pp. 537-577 (1906)]; *A Class of Periodic Orbits of Superior Planets* [Ibid., v. 13, pp. 96–108 (1912)].

Digitized by Google

In altro notevolissimo lavoro del 1913 egli ha supposto che i due corpi di massa finita, anzichè due cerchi, descrivano due ellissi complanari ed ha mostrato le profonde differenze col caso del solito problema ristretto; le equazioni differenziali lineari a coefficienti costanti si trasformano ora in altre, pure lineari, ma a coefficienti periodici; le orbite si chiudono dopo parecchie rivoluzioni e in vicinanza dei centri di librazione, per ogni periodo dato, non vi è più una sola, ma due orbite. Egli ha fatto ancora la ricerca dei centri di librazione situati sull'asse x e ha studiate le orbite in vicinanza di questi punti; ha studiato le orbite simmetriche, quelle periodiche a due e a tre dimensioni (210).

Lo studio delle orbite chiuse di ejezione e delle relazioni tra le varie famiglie di orbite periodiche nel problema ristretto, iniziato dal MOULTON nel 1912, è stato alacremente condotto a termine ed il MOULTON ha potuto comunicare i suoi veramente importanti risultati al 5° Congresso dei Matematici

(210) *Periodic Oscillating Satellites in the Problem of Three Bodies* [Mathem. Annalen, Bd. 73, pp. 441–479 (1913)]. Per molti risultati e sviluppi analitici relativi a questo lavoro, si può consultare pure: F. R. MOULTON and W. D. MAC MILLAN, *On the Solutions of Certain Types of linear Differential Equations with Periodic Coefficients* [American Journal of Mathem., v. 33, pp. 63–96 (1911)].

Digitized by Google

a Cambridge (211). Prendendo le mosse dal caso dei due corpi (di cui uno di massa assai piccola) e dallo studio, relativamente più facile, delle curve di ejezione, egli si vale di un risultato del SUNDMAN (212), cioè che in vicinanza di un urto le coordinate sono sviluppabili in serie di potenze intere e positive di $\tau = (t - t_0)^{\frac{1}{3}}$.

Lo stesso procedimento e la stessa variabile sono adoperati nel caso del problema ristretto dei tre corpi. Egli dà pure le condizioni per l'esistenza delle curve chiuse di ejezione, anche per valori grandi di μ.

I risultati di un grande lavoro, comunicati al Congresso di Cambridge (ora le due masse sono accennate con μ e $1 - \mu$), riguardano le piccole e grandi orbite intorno alle masse; intorno ai centri di librazione L_1, L_2, L_3; e intorno ad L_4, L_5, per convenienti valori di μ; riguardano ancora le orbite chiuse di ejezione e le varie evoluzioni delle famiglie di orbite col variare di μ e della costante h, dei satelliti oscillanti, ecc. ecc. Una serie ric-

(211) *Closed Orbits of Ejection and related Periodic Orbits*; *Painlevé's Theorem* [Proceedings London Mathem. Society, s. 2, v. 11, pp. 367–397 (1912)].

Relations among Families of Periodic Orbits in the Restricted Problems of Three Bodies [Proceedings of the Fifth International Congress of Mathematicians. Cambridge 1912, v. 2, pp. 300–314 (1913)].

(212) Vedi note (131), (133).

Digitized by Google

chissima di interessanti grafici illustra le deduzioni teoriche. Le quali riassumono anche una gran parte dei risultati anteriormente conseguiti, ma costituiscono altresì il più importante contributo che si sia arrecato all'argomento in questi ultimi anni (213).

(213) Le ricerche del MOULTON e dei suoi allievi, con tutti i più ampi sviluppi, formano oggetto di un volume dal titolo: *Periodic Orbits*, edito dalla Carnegie Institution of Washington. Dobbiamo alla squisita cortesia dell'Illustre Autore (e ne lo ringraziamo qui pubblicamente), l'aver potuto esaminare sulle bozze, una parte dell'interessantissimo volume.

I primi capitoli riguardano i vari metodi per la trattazione del problema dei pianeti oscillanti, sia nel caso del problema ristretto, sia nel caso che le masse finite descrivano delle ellissi (Cap. I-VI); il Cap. VII tratta delle soluzioni collineari del problema degli n corpi, quando sono date le masse, oppure quando sono date le distanze e si vogliono trovare le masse. Vedi nota (81). Il Cap. IX, sui satelliti oscillanti intorno ai vertici del triangolo equilatero di LAGRANGE, è dovuto al sig. T. BUCK. Il Cap. X, scritto dal sig. D. BUCHANAN, tratta delle soluzioni del problema dei tre corpi nel caso del triangolo isoscele e ancora delle soluzioni periodiche relative, riassunto di un lavoro dello stesso autore: *Oscillations near one of the isosceles-triangles solutions of three body problem.* [Proceed. of the London Mathem. Society, s. 2, v. 14, pp. 278–300]. Ad una generalizzazione dello stesso argomento (caso delle masse finite) è dedicata l'altra recente memoria: *A new isosceles-triangle solution of the three body problem* [Trans. American Mathem. Soc. t. 16, pp. 259–274 (1915)]. Il capo XI è dedicato alle orbite periodiche del solito problema ristretto (soluzioni di 1ª specie) pei pianeti inferiori, coll'applicazione alla teoria della luna; mentre il caso dei pianeti superiori è considerato

Digitized by Google

Tutte le ricerche precedentemente, in modo sommario, riassunte, riguardano la costruzione di orbite periodiche e le loro relazioni reciproche.

Sarebbe importante rispondere a questa questione: tra la serie doppiamente infinita di traiettorie corrispondenti ad uno stesso valore della costante h dell'energia relativa, esisteranno orbite periodiche? e si ha un criterio per poterne accertare l'esistenza?

Un criterio, del tutto analogo a quello elementarissimo dell'algebra, sul numero delle radici reali di una equazione compreso tra due numeri reali, è stato dato dal WHITTAKER per i moti piani determinati da più centri fissi di attrazione. Consiste nel tracciare due curve chiuse una interna all'altra, e poi nel costruire una certa espressione in funzione del raggio di curvatura, della direzione della normale, dell'energia potenziale e della costante h. Se tale espressione assume valori positivi per tutti i punti della curva interna e valori ne-

---

nel Cap. seguente. Lo studio di una classe di orbite periodiche descritte da una particella per l'attrazione di n sfere aventi un moto prestabilito, dovuto al sig. W. L. LONGLEY, è oggetto del Cap. XIII; e finalmente il Cap. XIV, del signor GRIFFIN, ha per iscopo lo studio del caso accennato alla nota (227).

L'ultima parte, che è senza dubbio la più importante e la più originale del libro, contiene lo sviluppo completo delle ricerche recentissime del sig. MOULTON, annunciate al congresso di Cambridge.

Digitized by Google

gativi per quelli della curva esterna, allora nell'anello esisterà un'orbita periodica in quel problema dinamico, che ha h come costante dell'energia. Di più un certo integrale esteso al campo racchiuso da quell'orbita è eguale al numero dei centri di attrazione da essa racchiusi, diminuito di due. Il criterio poi si estende, cambiando naturalmente forma alla espressione detta sopra, al caso dei centri mobili e quindi anche al problema ristretto (214).

La dimostrazione del WHITTAKER non essendo troppo rigorosa, perchè fondata su considerazioni di minimo, l'argomento è stato ripreso quasi contemporaneamente dal SIGNORINI (215) e da L. TONELLI e si è potuto raggiungere tutto il rigore desiderabile. Il TONELLI per di più ha esteso il detto criterio e ne ha dato anche uno nuovo che è basato sulla considerazione di una sola curva (216).

---

(214) *On Periodic Orbits* [Monthly Notices, v. 62, pp. 186–193 (1902); *Analytical Dynamics*, § 169]; *On Periodic Orbits in the Restricted Problem of Three Bodies* [Ibid., v. 62, pp. 346–352 (1902)].

(215) *Sul teorema di Whittaker* [Rend. R. Acc. Lincei, s. 5, t. 21 (1° sem. 1911), pp. 36–39]; *Esistenza di un' estremale chiusa dentro un contorno di Whittaker* [Rend. Circolo Matem. di Palermo, t. 33, pp. 187–193 (1912)].

(216) *Sulle orbite periodiche* [Rend. R. Acc. Lincei, s. 5, t. 21 (1° sem. 1911), pp. 251–258; 332–334].

Digitized by Google

Ma l'argomento delle soluzioni periodiche nel problema generale dei tre corpi non è stato sin qui abbordato. POINCARÉ, com'è noto, vi aveva rivolto i suoi studi negli ultimi anni della sua vita, senza giungere disgraziatamente a risultati conclusivi (217).

Importanti e rigorose ricerche sulle orbite periodiche dirette e retrograde nel problema ristretto dei tre corpi, si debbono recentemente a G. BIRKHOFF (218).

Abbiamo già detto che il LEVI-CIVITA aveva assegnata una trasformazione semplicissima, la quale trasforma il sistema delle equazioni del moto in altro sistema, regolare nel caso di un semplice urto del pianetoide con uno dei due corpi di massa finita.

Il BIRKHOFF ha assegnato una nuova trasformazione algebrica colla quale si regolarizza completamente il problema; e nel sistema di equazioni

(217) *Sur un théorème de Géométrie* [Rend. Circolo Matem. di Palermo, v. 33, pp. 375-407 (1912)]. Un giovane geometra americano, il sig. BIRKHOFF: *Proof of Poincaré's Geometric Theorem* [Trans. American Mathem. Society, v. 14, pp. 14-22 (1913)]; Bull. Soc. mathém. de France, v. 42, pp. 1-12 (1914); Bull. Sciences mathém., v. 41, pp, 53-58 (1917); v. 42, pp. 41-43 (1918)], ha dimostrato il teorema di Geometria enunciato e verificato in alcuni casi particolari dal POINCARÉ, ed a cui il grande geometra era giunto nelle sue ricerche sulle orbite periodiche.

(218) *The restricted Problem of Three Bodies*, [Rend. Circolo Matem. di Palermo, t. 39, pp. 265-334 (1° sem. 1915)].

Digitized by Google

trasformate la sola singolarità corrisponde al caso del pianetoide a distanza infinita.

Valendosi quindi di delicate considerazioni geometriche e di trasformazioni accennate da POINCARÉ, ha dimostrato che, anche per valori di una delle masse non più vicine a zero, se il moto del pianetoide è confinato dentro una delle ovali di velocità nulla (curve di HILL e di DARWIN) intorno J, esiste un'orbita periodica retrograda facente intorno J un giro semplice e simmetrica rispetto all'asse x.

Le orbite periodiche dirette e simmetriche sono studiate per valori sufficientemente piccoli di una delle masse.

I geometri americani si sono anche occupati in questi ultimi anni del problema ristretto dei quattro corpi; del problema cioè di quattro corpi mobili in un piano e di cui uno ha massa infinitamente piccola (pianetoide) e gli altri tre si muovono o sopra circoli, o costituiscono una configurazione di EULER o di LAGRANGE. Assegnato anche in questo caso l'integrale di JACOBI (il solo algebrico), il MOULTON ha studiate le curve di velocità nulla nel caso in cui le tre masse finite sono in linea retta, oppure ai vertici di un triangolo equilatero (219) che ruota uniformemente nel pro-

(219) *On a Class of Particular Solutions of Four Bodies* [Trans. American Mathem. Society, v. 1. pp. 205–242 (1900)].

Digitized by Google

prio piano. I centri di librazione sono in tal caso 28, di cui 18 in linea retta; cioè tre corpi di massa finita ed uno di massa infinitesima possono essere posti in 28 maniere diverse, per modo ch'essi ruotano in un determinato periodo di tempo, conservando le loro reciproche distanze.

Il caso di tre masse ai vertici del triangolo equilatero in rotazione uniforme, e che attraggono un pianetoide nello spazio, è stato più specialmente considerato dal sig. LOVETT (220). Adoperando coordinate trilineari, egli stabilisce equazioni del moto analoghe a quelle di HILL-DARWIN; e la ricerca dei centri di librazione è fatta nel caso che le masse finite siano eguali; e studia, con un'analisi simile a quella dello CHARLIER (221), le soluzioni periodiche intorno a tali centri; considerando in fine anche il caso delle tre masse in linea retta e le relative soluzioni periodiche. Successivamente, e sempre nella ipotesi delle tre masse formanti una configurazione di LAGRANGE, il LOVETT (222) ha esteso l'analisi del LEVI-CIVITA (223) alla ricerca della condizione di urto del pianetoide con uno dei corpi situato ai vertici del triangolo equi-

(220) *Periodic Solutions of the Problem of Four Bodies* [Quarterly Journ. of Mathem., v. 35, pp. 116–155 (1903)].

(221) Vedi nota (197).

(222) *Singular Trajectories in the Restricted Problem of Four Bodies* [Annali di Matem., s. 3, v. 11, pp. 1–8 (1904)].

(223) Vedi nota (129).

Digitized by Google

latero; condizione che sviluppa in serie. Pel problema ristretto dei tre corpi, come si sa, essa è periodica, uniforme e per di più algebrica nelle velocità; orbene pel problema ristretto dei quattro corpi sussiste lo stesso risultato, ciò che costituisce una eccezione al teorema di PAINLEVÉ e secondo il quale le condizioni di urto sono, in generale, trascendenti (224).

Finalmente il LOVETT ha esteso a questo caso i risultati ottenuti dal PAVANINI pel problema dei tre corpi, nel caso delle masse eguali (225).

Altre investigazioni generali sullo stesso problema ristretto dei quattro corpi per rispetto alle orbite simmetriche, periodiche, ecc., sono dovute al sig. W. R. LONGLEY (226) e pel problema dei k corpi che ruotano uniformemente intorno ad una massa centrale (con applicazione al caso del sistema di Giove e di tre suoi satelliti) al sig. GRIFFIN (227).

A queste ricerche si collegano pure le belle investigazioni di H. ANDOYER pel caso di n masse

---

(224) Vedi nota (128).

(225) *On a Class of Periodic Solutions in the Problem of Four Bodies* [Annali di Mat., s. 3, v. 14, pp. 327–333 (1908)]; vedi nota (205).

(226) *A Class of Periodic Orbits of an Infinitesimal Body subject to the Attraction of n Finite Bodies* [Trans. American Mathem. Society, v. 8, pp. 159–188 (1907)].

(227 *Certain Periodic Orbits of k Finite Bodies revolving about n relatively longe Central Mass* [Ibid., v. 9, pp. 1–33 (1908)].

Digitized by Google

in linea retta o in un piano e sulla discussione delle soluzioni periodiche intorno alle posizioni di equilibrio relativo, anche nel caso in cui alcune masse sono infinitamente piccole (228).

---

(228) *Sur l'équilibre relatif des n corps* [Bull. astr.,t. 23, pp. 50–59 (1906)]; *Sur les solutions périodiques voisines des positions d'équilibre relatif, dans le problème des n corps* [Ibid. pp. 129-146].

Digitized by Google

ELENCO DEGLI AUTORI CITATI

(*I numeri indicano le pagine*).

Adams, 8, 65, 107, 110, 111, 114.
Alasia, 100.
Allégret, 42.
Andoyer, 65, 74, 114, 161, 162.
Appell, 110.
Armellini, 86, 91.

Backlund, 71, 72, 73.
Ball, 45.
Banachiewitz, 50, 51.
Bennett, 44.
Bertrand, 29, 30-32, 46.
Betti, 43.
Bilimowitch, 29, 52.
Birkhoff, 158, 159.
Bisconcini, 84, 85, 124.
Block, 90.
Bohl, 92.
Bohlin, 15, 22, 23, 59, 74, 77, 94, 105, 124, 132.
Bour, 30, 31, 35, 46.
Breglia, 50.
Brehm, 53.
Brendel, 71.
Brioschi, 31, 46.
Brodén, 79.
Bronwin, 35, 65.
Brown, 2, 4, 73, 74, 80, 113, 114 149-152.
Bruns, 38, 39, 43, 56-58, 78, 79, 87.
Buchanan, 155.
Bucholz, 73.
Buck, 155.
Buffon, 10, 11.
Burgatti, 147.
Burkhardt, 66.
Burrau, 131, 133-135, 139, 142, 143.

Calandrini, 9.
Callndrau, 128.
Cantor, 83.
Cauchy, 82, 86, 87, 98.
Cayley, 3, 29, 45.
Cebiceff, 76.
Challis, 63.
Charlier, 21, 23, 65, 74, 81, 88, 106, 128-130, 132, 135, 145, 146, 149, 160.
Chastellet (M^ine du), 6.
Chazy, 92.
Cigala, 125.
Clairaut, 1, 6, 8-14, 55, 61, 100.

Digitized by Google

Clausen, 29.
Coculesco, 132.
Condorcet, 17.
Cotes, 6.
Cowell, 113.

D'Alembert, 9, 10, 12-14, 19, 61, 62, 68, 100.
Daguin, 48.
Daniele, 147.
Darwin, 2, 21, 109, 125, 127, 128, 133, 134-137, 138-145, 149-152, 159, 160.
Decima, 18.
De Gasparis, 35.
Delaunay Ch., 64, 66, 70, 99-101, 109, 149.
Delaunay N., 21, 25.
Del Grosso, 63.
De Sitter, 140.
Dillner, 42.
Dirichlet, 81.
Duport, 23, 36.
Dziobek, 45, 50.

Ebert, 40, 45, 54, 58.
Eginitis, 64.
Einstein, 80.
Enriques, 24.
Euler, 9, 12-15, 17, 18, 21, 23, 24, 37, 46, 47, 49, 50, 55, 58, 61, 102, 105, 107, 134, 159.
Escary, 63.

Fourier, 134.
Fransen, 51, 54.
Frisi, 19.

Garner, 150.
Gascheau, 48.
Gautier, 3, 13, 63.
Glaisher, 103.
Gorjatscheff, 51, 54, 105.
Gravé, 30.
Green, 69.
Gregory, 7.

Griffin, 156, 161.
Gyldén, 2, 46-48, 68, 71, 72, 74, 79, 86, 94, 112, 134, 135, 145.

Hadamard, 90, 115.
Haerdtl, 75, 81, 131, 132, 139.
Hall, 4.
Hamilton, 69, 74, 98.
Hansen, 100.
Happel, 112, 147.
Haretu, 64.
Hargrave, 24.
Harzer, 67, 71.
Heinrich, 149.
Henkel, 144.
Hermann, 110.
Hesse, 19, 22.
Hill, 2, 3, 21, 36, 66, 68, 71, 73, 77, 99, 101-114, 124, 125, 128, 132, 135-137, 141, 145, 152, 159.
Hoppe, 50.
Hough, 141, 142, 145.
Houzeau, 4.

Jackson, 144.
Jacobi, 20, 21, 23, 27-34, 39, 40, 41, 63, 67, 69, 74, 86, 97, 98, 103, 104, 106, 107, 122, 133, 135, 137, 138, 142, 159.
Jacquier, 9.
Jeffreys, 150.

Kelvin, 127, 137.
Kiaer, 36, 37.
Klinkerfues, 73.
Kobb, 117, 136.
Kötteritzsch, 110.
Kövesligtethy, 75.
Krassnow, 112.
Kullrich, 3.
Kummer, 81.
Kronecker, 81.

Lagrange, 13, 15, 18-24, 29, 41, 43, 45, 46, 48, 49, 54, 61, 62,

Digitized by Google

68, 69, 87, 88, 90, 107, 123, 124, 147, 149, 155, 159, 160.
Lambert, 17, 56, 61, 81.
Lamé, 71.
Lancaster, 4.
Laplace, 3, 7, 11, 13, 15, 23, 25, 47, 53, 61-63, 80, 100.
Leadbetter, 9.
Leaves, 56.
Lehmann-Filhès, 50.
Le Seur, 9.
Levi-Civita, 25, 40, 58, 84, 93, 98, 114, 124, 158, 160.
Liapunoff, 49, 112.
Lie, 37.
Linders, 149.
Lindsay, 110.
Lindstedt, 68-70, 74, 76, 77, 94.
Ling, 99.
Liouville, 46, 47.
Longley, 52, 156, 161.
Lovett, 3, 4, 30, 45, 146, 160, 161.

Mac Cellie, 112.
Machin, 8.
Mac Millam, 57, 148, 153.
Marcolongo, 19, 90.
Mascart, 98, 133.
Mathieu, 31, 42, 63, 110.
Milankowitch, 25.
Mittag-Leffler, 83.
Motte, 6.
Moulton, 2, 4, 48, 52, 137, 144, 145, 152-156, 159.

Newcomb, 12, 66, 70, 80, 113.
Newton, 1, 6-8, 10, 49, 82.

Painlevé, 57, 59, 83-85, 87, 94, 124.
Painvin, 29.
Palatini, 80.
Pavanini, 148, 161.
Pemberton, 6, 8.
Perchot, 40, 58, 98, 130, 133.
Picard, 86, 90.
Picart, 65, 104.
Pizzetti, 44, 50, 90.
Plummer, 145, 146.
Poincaré, 2, 32, 37, 39, 40, 44, 57, 58, 68-70, 72, 73, 75-77, 85, 94-96, 103-105, 107, 109, 110, 114-123, 125, 127-129, 134, 140-143, 158, 159.
Poinsot, 52.
Poisson, 62, 63, 64, 123, 125, 132.
Prey, 128, 130.

Radau, 22, 29, 32-36, 39-63, 67, 70, 86.
Riesz, 110.
Routh, 48.

Scheibner, 32, 34.
Schlitt, 140.
Scholz, 36.
Schwarzschild, 4, 128, 129.
Serret, 21, 22.
Seydler, 3, 23, 36, 44.
Siacci, 31, 67.
Sibirani, 148.
Signorini, 157.
Simonin, 127.
Sloudzky, 50.
Smart, 150.
Steffensen, 98, 113.
Stockwell, 72.
Stokes, 8.
Strömgren, 107, 134, 139, 147.
Sundman, 2, 21, 72, 78, 83, 85-95, 124, 154.
Sylvester, 34.

Thiele, 82, 131.
Tisserand, 2, 13, 24, 63, 64, 69, 70, 98.
Tonelli, 157.
Trevisani, 114.
Tscherny, 24.
Tycho-Brahe, 7.

Venier, 31.
Volterra, 115.

Digitized by Google

Watson, 110.
Wand, 75.
Weierstrass, 83, 87, 88, 94.
Weiler, 29, 36, 70.
Weltmann, 49.
Whittaker, 2, 3, 4, 21, 39-40, 41, 44, 57, 71, 74, 110, 156, 157.
Whittemore, 22, 24.
Wilczynski, 53.
Wilkens, 128, 130.
Willard, 150.
Wiman, 79.
Woronetz, 46, 52, 105.

Zapp, 125.
Zeipel, 70, 72, 98, 128, 129.

Digitized by Google

ELENCO COMPLETO DEI MANUALI HOEPLI

disposti in ordine alfabetico e per materia

Digitized by Google

Digitized by Google

1800 MANUALI HOEPLI

Pubblicati a tutto Ottobre 1918.

Che cosa sono i Manuali Hoepli?

I. — *Una raccolta iniziata e continuata col proposito di diffondere in forma piana ma esauriente le lettere, le scienze, le arti e le industrie.*

II. — *I Manuali Hoepli sono sempre compilati da specialisti per ogni materia e sempre, ove occorra, illustrati copiosamente. Con ogni nuova edizione vengono riveduti, corretti ed arricchiti delle aggiunte necessarie per tenerli al corrente dei più recenti progressi della scienza e delle industrie.*

III. — *Nella Collezione dei Manuali Hoepli ognuno può trovare un testo riguardante i suoi studi, e, se mai, rintraccerà sempre uno o più capitoli di suo interesse nei Manuali di indole affine. Testi più esaurienti di scienze pure ed applicate (non Manuali, in formato*

Digitized by Google

in-8 grande) *si trovano elencati nelle pagine dell'appendice* (*carta colorata*) *unita al presente Catalogo.*

IV. — *I Manuali Hoepli formano un'Enciclopedia perennemente viva di scienze, lettere ed arti, perchè la loro grande diffusione permette all'editore di rinnovarli e rifarli di continuo.*

Ulrico Hoepli

AVVERTENZE

☞ I libri si spediscono *franchi di porto* nel Regno e nelle Colonie italiane dietro invio dell'importo a mezzo di cartolina vaglia. — Per le spedizioni all'estero aggiungere il *dieci per cento in più* sul prezzo del libro.

☞ Le spedizioni sono fatte con cura e puntualità, ma i volumi non raccomandati viaggiano a *rischio* e *pericolo* del committente.

Per ricevere i libri raccomandati — **onde evitare smarrimenti dei quali l'editore non si rende responsabile** — aggiungere *centesimi 30 in più.*

☞ Si fanno anche spedizioni contro assegno (eccettuato in zona di guerra ove tali spedizioni non sono ammesse), ma siccome le spese di assegno sono ingenti, è meglio *inviare sempre* l'importo anticipato con cartolina vaglia.

Digitized by Google

I manuali Hoepli non esistono in brochure; essi sono tutti solidamente ed elegantemente legati.

ELENCO COMPLETO DEI MANUALI HOEPLI

disposti in ordine alfabetico per materia

L. C.

Abbreviature latine ed italiane (Dizionario di) usato specialmente nel medio evo, di A. CAPPELLI, 2ª ediz., di pag. LXVIII-528 (legato in tutta pergamena) 8 50

Abitazioni animali domestici di U. BARPI, 2ª ediz. p. XVI-479 e 255 figure 4 50

Abitazioni popolari (Case operaie) di E. MAGRINI, 2ª ediz. pag. XVI-465 e 219 incisioni 5 50

Abiti per signora. Taglio e confezione di E. BONETTI — pag. XX-296, 55 tavole (in ristampa)

Acciai (Lavor. e tempera degli). Indurimento superficiale del ferro e cementazione, di A. MASSENZ, 3ª ediz. riveduta, pag. XX-184 con 60 inc. 2 50

Acciai (Tecnica moderna degli), di C. GOFFI. Produzione, lavoraz. a caldo, trattamenti termici, lavoraz. a freddo, proprietà, impiego degli acciai ai carbonio e speciali. Manuale per gli operai aggiustatori meccanici pag. XVI-260 con 88 inc. e 3 tav. a colori. 5 50

Acciaio (Tempera e cementaz. dell'), di M. LEVI-MALVANO, di pag. XII-261 . . . . . 5 —

Accumulatori — vedi: Correnti alternate - Illuminazione elettrica - Ingegnere elettricista - Operaio elettrotecnico - Sovratensioni - Ricettario del elettricista.

Acetilene (L') e le sue applicazioni di S. CASTELLANI e U. ROMANELLI, 3ª ediz. di pag. XX-335 e 115 illustr. . 4 —

Acido solforico, nitrico, muriatico, ecc. (Fabbricaz. dell') di V. VENDER, (in ristampa).

Acquaforte (L') di F. MELIS-MARINI, di pag. 178, con 10 tav. e 15 prove originali 3 50

Acqua potabile (Condottura di), di P. BRESADOLA, di p. XVI-334 e 37 fig. (in ristampa).

Acque minerali e termali d'Italia di L. TIOLI, di pag. XXII-552 . . . . . 5 50

Acque minerali artificiali, acque gazose, ecc., di M. GIUA, con 42 illustrazioni. . . . . 2 —

Acque sotterranee e giacimenti minerali, di M. GROSSI di pag. XVI-380, con 68 incis. e una tavola 4 50

Acrobatica e atletica di A. ZUCCA, di pag. XXX-267, 100 av. e 42 inc. 8

Digitized by Google

L. c.

Acustica musicale, di A. Tacchinardi, di p. XII-189, con 85 inc. 2 50

Adulterazioni del vino e dell'aceto di A. Aloi, di pag. XII-227 e 10 incis. 2 50

Aerostatica, Aeronautica, Aviazione di G. G. Bassoli, p. VIII-184 e 94 incis. (esaurito).

Affari (Vademecum dell'uomo di), di C. Dompé, 2ª ediz. di pag. 562 . . . . . 3 50

Aggiustatore meccanico, di F. Massero, di pag. XII-263 con 206 inc. 4 50

— Vedi Acciai.

Agraria — vedi: Abitazioni animali - Agricoltore - Agronomia - Alimentazione del bestiame - Ampelografia - Catasto italiano - Computisteria agraria - Economia fabbricati rurali - Estimo rurale - Geometria pratica - Legislazione rurale - Macchine agricole - Mezzeria - Pomologia - Telemetria - Triangolazioni topografiche e catastali.

Agricoltore (Prontuario dell') e dell'Ingegnere agronomo, di V. Niccoli, 6ª ediz., p. XL-588 (in ristampa)

Agricoltore (Il libro dell'). Agronomia agricoltura, di A. Bruttini. 3ª ediz., di p. XXIII-464 (in ristampa).

Agrimensura (Elementi di) di S. Feliberi Mitolo, 2ª edizione, di pag. XVIII-324, con 240 incisioni . . 3 50

Agronomia di Carega di Muricce, 3ª ed. (esaurito).

Agronomia e agricoltura moderna di G. Soldani, 3ª ediz., di p. VIII-416 (in ristampa).

Agricoltura — vedi: Botanica - Chimica agraria - Coltivazione piante tessili - Coltura montana - Concimi - Elettricità (L') nella vegetazione - Floricoltura - Frumento e mais - Frutta minori - Frutticoltura - Funghi e tartufi - Gelsicoltura - Giardiniere - Insetti nocivi - Insetti utili - Malattie crittogamiche delle piante erbacee coltivate - Molini - Olivo ed olio - Olii vegetali, animali e minerali - Orticoltura - Piante e fiori - Piante industriali - Pomologia artificiale - Prato - Prodotti agricoli del Tropico - Selvicoltura - Tabacco - Uva passa - Viticoltura.

Agrumicoltura in Italia (L') **e nella Libia**, di E. Ferrari, di pag. XIV-228, con 35 tavole . . . 3 50

Albanese parlato. Cenni grammaticali e vocabolario, proverbi, dialoghi, di A. Leotti, di p. 433 . . 4 50

Alcool. Fabbricazione e materie prime, di F. Cantamessa, 2ª ediz., di p. XII-447 . . . . . 5 —

Alcool industriale, di G. Ciapetti. Produzione e applicazione, p. XII-262 e 105 figure . . . . 4 —

Alcoolismo (L') di G. Allevi, di p. XI-221 . . . 2 —

Algebra complementare di S. Pincherle, 2 vol.

I. **Analisi algebrica**, 3ª ediz. di p. VIII-174 con 8 inc. 1 50

II. **Teoria delle equazioni**, 3ª ediz., p. IV-167 e 4 inc. 1 50

Algebra elementare di S. Pincherle, 12ª ediz. di p. VIII-210 . . . . . 1 50

(Esercizi di) di S. Pincherle, 2ª ediz., p. VIII-135 . . 1 50

mentazione di G. Strafforello, di p. VIII-122 . 2 —

mentazione del bestiame di Menozzi e Nicoli 2ª ediz. p. XVI-407 . . . . . 5 —

Digitized by Google

L.

Alligazione (Tavole di) per l'oro e l'argento di F. Buttari, p. XII-220 . . . . . 2 50

Alluminio (L') di C. Formenti, di p. XXVIII-324 . . 4 50

Alpi (Le) di I. Ball, traduz. di I. Cremona, p. VI-120 . 1 —

Alpinismo di G. Brocherel, di p. VIII-312 . . . 3 —

Amatore (L') di oggetti d'arte e di curiosità di L. De Mauri, 2ª ediz., di p. XV-720, (in ristampa).

Amatore (L') di majoliche e porcellane di L. De Mauri 2ª ediz. di pag. XVI-843 con 430 incisioni e 43 tavole . 12 50

Amatore (L') di miniature in avorio. (Secoli 17, 18, 19). di p. 560, con 22 illustrazioni nel testo e 62 fuori testo delle quali 23 a colori 18 50

Amministrazioni comunali, provinciali e opere pie, per Segretari e aspiranti Segretari comunali di E. Mariani, di p. XXXII-979, legato in pelle. 9 50

Ampelografia. Viti per uve da vino e da tavola, di G. Molon, p. XLIV-1243, 2 vol. . . . . 22 —

Analisi chimica qualitativa di sostanze minerali e organiche, di P. E. Alessandri, 3ª ediz. rifatta di pag. XVI-470 con 55 incis. e 63 tavole. 5 50

Analisi chimica qualitativa (Tabelle di) di F. P. Treadwell. Ediz. ital. con un compendio di ricerche sulla purezza dei reattivi ed un cenno sulle soluzioni titolate, per cura di G. Panizzon, di pag. VII-238 . . 5 50

Analisi chimica quantitativa ponderale e volumetrica, di P. E. Alessandri. 2ª edizione, di pag. XX-662 con 73 incisioni . . . . . 8 —

Analisi chimiche per Ingegneri di L. Medri, di p. XIV-313 e 80 figure 3 50

Analisi delle urine (L'urina nella diagnosi delle malattie), di F. Jorio (in ristampa).
— vedi - Urologia.

Analisi del vino, di M. Barth e E. Comboni, 2ª ed., di p. XVI-140 . . . . . 2 —

Anatomia e fisiologia comparate di R. Besta, p. VII-229 e 59 incis. . . . . 1 —

Anatomia microscopica, di D. Carazzi, di p. XI-211, con 5 incis. 1 50

Anatomia pittorica, di A. Lombardini, 5ª ediz. a cura di V. Lombardini, di pag. 207, con 56 figure . 4 50

Anatomia topografica di C. Falcone, 3ª ediz., di p. XII-887 e 48 fig. . . . . 9 —

Anatomia vegetale di A. Tognini, di p. XVI-724 . 3 —

Anfibi d'Italia (Gli), di C. Vandoni, di pag. XII-176, con 32 figure 2 50

Animali da cortile. Polli, Tacchini, Fagiani, Oche, Conigli, ecc., di F. Faelli, 2ª ediz., di pag. XXIV-388, con 56 incisioni e 19 tavole colorate 5 50
— — vedi: Colombi domestici - Coniglicoltura - Fagiani - Malattie dei polli - Pollicoltura - Uccelli canori.
Animali domestici. — vedi: Abitazione degli - Cammello - Cane - Cani e gatti - Cavallo - Maiale - Porco - Razze bovine - Suinicoltura - Zebra.

Animali parassiti dell'uomo di F. Mercanti, di p. IV-179, con 33 incis. 1 50
— Vedi: Insetti delle case.

Digitized by Google

L. c.

Antichità greche, pubbliche, sacre e private, di V. INAMA, 2ª ediz. di p. XV-224 e 19 tav. . 2 50

Antichità private dei romani, di N. MORESCHI e W. KOPP, di p. XVI-181, illustr. 1 50

Antichità pubbliche romane, di I. G. HUBERT e W KOPP, di p. XIV-324 . . . . . 4 50

Antologia provenzale, di E. PORTAL, di p. VIII-674 4 —

Antologia stenografica, di E. MOLINA, (esaurito)

Antropologia, di S. SERGI, in sostituzione del manuale esaurito, di G. CANESTRINI (in corso di stampa).

Antropologia criminale, di G. ANTONINI, di pagine VIII-167 . . . . . 2 —

Antropometria, di R. LIVI, di p. VIII-287 e 32 incis. 3 50

Ape latina. Dizionario di frasi, sentenze ecc., cura di G. FUMAGALLI, p. XVI-353 . . . . . 3 50

Apicoltura, di G. CANESTRINI, 8ª ediz. ampliata, a cura di V. ASPREA, pag. VIII-239, con 55 inc. 2 50

Appalti di opere pubbliche, di A. CUNEO, di pag. VIII-571 . . . . . 6 —

Apparecchiatura dei tessuti di lana, di G. STROBINO, di pag. VIII-618, con 404 incisioni. . . 10 50

Apprendista meccanico, di V. GOFFI, di pagine XVI-315, con 203 incisioni . . . . . 3 —

Arabo parlato in Egitto. Grammatica e vocabolario, di A. NALLINO, 2ª ediz., di pag. XXVI-532 . . 7 50

Arabo parlato in Libia. Grammatica e repertorio di vocaboli e frasi di E. GRIFFINI, di pag. LII-378 . 6 —

— vedi: Grammatica Italo-Arabo.

Araldica (Grammatica), di F. TRIBOLATI. 4ª edizione a cura G. CROLLALANZA (in ristampa).

— vedi: Vocabolario Araldico.

Araldica zootecnica di E. CANEVAZZI, di p. XIX-342 e 43 incis.. . . . . 3 50

Arazzo (L'arte dell') (Gobelins) di G. B. ROSSI, di p. XV-239 e 130 illustr. . . . . 5 —

Archeologia e storia dell'Arte greca di I. GENTILE, 3ª ediz. rifatta da S. Ricci, (esaurito).

Archeologia — vedi: Atene - Antichità greche - Antichità romane - Epigrafia - Paleografia - Rovine Palatino - Topografia di Roma.

Architettura italiana antica e moderna, di A. MELANI. 5ª ediz., di p. XXXII-688, con 180 tavole . 12 —

— vedi: Stili architettonici.

Archivista (L'), di P. TADDEI, Man. teorico pratico, di p. VIII-486 . . . . . 5 —

Archivisti (Manuale per gli), di P. PECCHIAI, di pagine VI-229 . . . . . 3 —

Argentatura — vedi: Enciclopedia galvanica - Galvanizzazione - Galvanoplastica - Galvanostegia - Metallocromia - Metalli preziosi - Piccole industrie - Ricettario dell'elettricista.

Argentina (Repubblica), storia e condizioni geografiche di E. COLOMBO, di p. XII-380 . . . . . 3 50

L. c.

Aritmetica pratica, di F. PANIZZA, 2ª ediz., di p. VIII-188. . . . . 1 50

Aritmetica razionale, di F. PANIZZA, 6ª ediz., di p. XII-210 . . . . . 1 50

— (Esercizi di) F. PANIZZA, di pag. VIII-150 . . . . . 1 50

Aritmetica e geometria dell'operaio, di E. GIORLI. 5ª ed., p. XII-239, 79 inc., 136 esere, 150 probl. 2 50

Armi antiche (Guida del raccoglitore) di I. GELLI di p. VIII-389, 23 tav. e 432 incis. 6 50

Armonia, di G. BERNARDI, 2ª ediz., di pag. XX-338 . 3 50

Aromatici e nervini nell'alimentazione, di A. VALENTI, di p. XV-338 . . . . . 3 —

Arsenico (L') nella scienza e nell'industria, di L. MAUSANTONIO, di p. XII-256 . . . . . 2 50

Arte (L') **di distinguere gli Stili**, di A. MELANI, di pag. 610, con 260 illustrazioni . . . . . 12 —

Arte decorativa antica e moderna, di A. MELANI, 2ª ediz. di p. XXVII-551, 88 incis. e 175 tav. . 12 —

Arte del dire (Retorica) di D. FERRARI, 9ª ediz. di p. XVI-340 . . . . . 1 50

Arte della memoria. Storia e teoria di B. PLEBANI, 2ª ediz., di pag. XXVI-235 con 13 illustrazioni. . 2 50

Arte nei mestieri di I. ANDREANI, in 3 volumi.
I. Il falegname, 2ª ed. di p. 309, 264 incis. e 25 tav. 3 —
II. Il fabbro, di p. VIII-250, con 266 incis. e 50 tav. 3 —
III. Il muratore, 2ª ediz. di p. VIII-273, con 235 incis. 3 —

Arti grafiche fotomeccaniche, di P. CONTER. 4ª ediz., di p. XII-228, 43 incis. e 8 tav. 3 50

Asfalto (Fabbricazione e applicazione), di E. RIGHETTI, di p. VIII-152 e 22 incis. (In ristampa).

Assicurazione (Manuale di), di G. ROCCA, p. XIX-634 5 50

Assicurazione in generale, di U. GOBBI, di pagine XII-308 . . . . . —

Assicurazioni sulla vita, di C. PAGANI, di pagine VI-161 . . . . . 1 50

Assicurazioni e stima danni aziende rurali di A. CAPILUPI, di p. VIII-284 e 17 incis. . . . 2 50

— vedi: Matematica attuariale - Patologia infortuni lavoro - Scienza attuariale.

Assiriologia, Grammatica, Crestomazia, ecc., di G. BOSON, di pag. 346 . . . . . 9 —

Assistenza e terapia degli ammalati di mente, di M. U. MASINI e G. VIDONI, di p. VIII-233 2 50

Assistenza infermi, di C. CALLIANO, 2ª ediz., di p. XXIV-148 e 7 tav. (esaurito).

Assistenza degli infermi — vedi: Epidemie esotiche - Malattie infanzia - Malattie dei lavoratori - Malat. paesi caldi - Medicatura antisettica - Medicina sociale - Medicina d'urgenza - Medico pratico - Rimedi - Soccorsi d'urgenza - Tisi - Tisici e sanatori - Tubercolosi.

Assistenza dei pazzi, di A. PIERACCINI, e pref. di E. Morselli, 2ª ediz., p. XX-279 . . . . . 2 50

Astronomia, di J. N. LOCKYER e G. CELORIA. 5ª ed., di p. XVI-275 e 54 incis. 1 50

Astronomia nautica, di G. NACCARI, 2ª ediz., di p. XVI-348 e 48 fig. . . . . 3 —

L. C.

Astronomia antico testamento, di G. V. SCHIAPARELLI, di p. 204 . . . . . 1 50

Atene antica e moderna. Cenni, di S. AMBROSOLI, di p. LV-170, e 22 tavole 4 50

Atlante geografico storico d'Italia, di G. GAROLLO, p. VIII-67 e 24 tav. . . . . 2 —

Atlante geografico universale di R. KIEPERT e testo di G. Garollo, di p. VIII-88 e 27 carte. 11ª ed. 2 50

Attrezzatura navale, di F. IMPERATO, 2 volumi:
I. **Attrezzatura navale**, 6ª ediz. di pag. 570, con 423 fig. nel testo (in ristampa).
II. **Manovra delle navi a vela e a vapore, segnalazioni marittime**, 5ª di pag. XX-904, 294 inc. e 29 tav. 8 50

Autocromista (L'). Fotografia a colori, di L. PELLERANO, di pag. XXXII-544 con 75 fig. e 38 tavole . 12 —

Autografi (L'Amatore di) di E. BUDAN, p. XIV-426 e 361 facsimili 4 50

Autografi (Raccolte e raccoglitori di), di C. VANBIANCHI, di p. XVI-376 e 102 tav. 6 50

Automobilista (Man. del) a guida pei meccanici conduttori d'automobili, di G. PEDRETTI, 5ª ediz. di pag. XXXII-1072 con 895 illustrazioni. 14 50

Automobili — vedi: Caldaie a vapore - Chauffeur - Ciclista - Locomobili - Motociclista - Trazione a vapore.

Avarie e sinistri marittimi, Manuale del liquidatore di V. ROSSETTO, p. XV-496 e 23 fig. . . 5 50

Aviazione (Aeroplani, Idrovolanti, Eliche) di E. GARUFFA, di pag. 650, con 548 figure 9 50

Avicoltura — vedi: Animali da cortile - Colombi - Fagiani - Malattie dei polli - Ornitologia - Pollicoltura - Uccelli canori - Uovo di gallina.

Bachi da seta, di F. NENCI, 4ª ed. (in ristampa).

Balbuzie. Cura dei difetti d. pronuncia di A. SALA, di p. VIII-214 . . . . . 2 —

Ballo (Il). *I balli di jeri*, di I. GAVINA. 3ª edizione riveduta da G. FRANCESCHINI, di pag. VIII-253 con 103 fig. 2 50

Ballo (Il). *I balli d'oggi*, di F. GIOVANNINI di p. VIII-183. 3 50

Bambini — vedi: Balbuzie - Malattie d'infanzia - Nutrizione del bambino - Ortofrenia - Rachitide.

Bandiere, insegne e distintivi dei principali Stati del Mondo, di F. IMPERATO, di pagine XVI-220, con 50 tavole a colori . . . . . 7 —

Barbabietola da zucchero. Storia, lavorazione, ecc., di A. SIGNA p. XII-225 e 29 fig. . . . . 3 —

Barbabietola da zucchero. Coltivazione di B. R. DEBARBIERI, p. XVI-220 e 12 fig. 2 50

Batteriologia. G. CANESTRINI. 2ª ed., (esaurito).

Beneficenza (Manuale della), di L. CASTIGLIONI e G. ROTA, di p. XVI-340 . . . . . 3 50

Bestiame e agricoltura in Italia, di F. ALBERTI. 2ª ed. di U. BARPI p. XII-322, 47 tav. e 118 fig. 4 50

L.

Bestiame — vedi ai singoli titoli: Abitazioni di animali - Alimentazione del bestiame - Araldica zootecnica - Cammello - Cavallo - Coniglicoltura - Igiene veterinaria - Majale - Malattie infettive - Polizia sanitaria - Polli:oltura - Razze bovine - Suinicoltura - Veterinario - Zebre - Zoonosi - Zootecnia.

Biancheria. Disegno, taglio e confezione di E. BOMETTI. 4ª ediz.. di p. XX-269 e 71 tav. . . . . 5 —

Bibbia (Manuale della), di G. ZAMPINI, 2ª ediz. di pagine XX-312 . . . . . 3 —

Bibliografia. G. FUMAGALLI 3ª ed. interamente rifatta di pag. 360, con 87 fig. 4 50

Bibliotecario (Man. del), di G. PETZHOLDT, traduzione di G. Biagi e G. Fumagalli, (esaurito).

Biliardo (Il) **e il giuoco delle bocce,** di I. GELLI, 3ª edizione, di pag. XII-:97 e 80 illustrazioni. . . 3 50

Biografia — vedi: C. Colombo - Dantologia - Dizionario di botanica - Dizionario biografico - Manzoni - Napoleone I - Omero - Shakespeare.

Biologia animale, di G. COLLAMARINI, di p. X-42 e 23 tav. . . . . 3 —

Biologia marina, di R. ISSEL, di p. 627, con 211. fig. 10 —

Birra, fabbricazione, ecc., di S. RASIO e F. SAMARANI di p. 279 e 25 fig. 3 50

Bonificazioni. Amministrazioni, ecc., di G. MEZZANOTTE, p. XII-294 . . . . . 3 —

Bonificazioni (La pratica delle), di A. FANTI, di pagine XX-368, con 75 inc. . . . . 4 —

Borsa e valori pubblici, di E. BONARDI di pagine XXVI-916 . . . . . 9 —

Boschi e pascoli. Storia, importanza idro-geologica, ecc., di E. FERRARI, di pag. 380, con 15 tavole . . 3 50

Botanica, di I. D. HOOKER-PEDICINO N., 5ª ediz. a cura G. Gola. di p. XVI-144 e 74 fig. 1 50

Botanica — vedi ai singoli titoli: Ampelografia - Anatomia vegetale - Barbabietola - Caffè - Dizionario di botanica - Fisiologia vegetale - Floricoltura - Funghi Jucca - Garofano - Giardiniere - Malattie crittogamiche - Orchidee - Orticoltura - Piante e fiori - Piante erbacee a seme oleoso - Piante industriali - Pomologia - Prodotti del tropico - Rose - Selvicoltura - Uve - Tabacco.

Bottaio (Il). Fabbricazione e misura delle botti, di L. PAVONE, riveduto da A. Strucchi, di p. 240, con 127 fig. 3 —

Boyscout — vedi Scoutismo.

Bromatologia. I cibi dell'uomo, di S. BELLOTTI, di p. XV-251 . . . . . 3 50

Buddismo, di E. PAVOLINI, di p. XVI-164 (esaurito).

Cacciatore (Manuale del), di G. FRANCESCHI, 5ª ediz., aumentata, di p. XVI-489 con 83 inc. e tavole schem. 5 50

Caffè. Suo paese e importanza, di B. BELLI, di p. XXIV-395 e 48 tav. 4 50

Caffettiere e sorbettiere, di L. MANETTI, di pagine XII-311 e 65 fig. (in ristampa).

L. c.

Calcestruzzo (Costruzioni in) ed in cemento armato, di G. VACCHELLI, 5ª ediz., di p. 407 (in ristampa).

Calci e cementi, di L. MAZZOCCHI. 4ª ediz., di pagine XII-256 e 64 fig. 3 50

Calcolazioni mercantili e bancarie — vedi: Affari - Calcoli fatti - Commerciante - Computisteria - Contabilità - Interesse e sconto - Prontuario del ragioniere - Monete inglesi - Ragioneria - Usi mercantili - Valori pubblici.

Calcoli fatti. 90 tabelle di calcoli fatti di E. QUAIO. 2ª ediz. di p. XII-342 . . . . . 4 50

Calcolo dei canali in terra e in muratura, di C. Sandri, di p. VIII-305 . . . . . 4 50

Calcolo infinitesimale, di E. PASCAL:

I. Calcolo differenz., 4ª ediz. 4 50

II. Calcolo integrale, 3ª ediz., (in ristampa).

III. Calcolo delle variazioni e delle diff. finite, 2ª ediz. di pag. XII-325 . . . . . 4 50

Esercizi critici di calcolo differenziale e integrale, di E. PASCAL, di p. XVI-275 . . . . . 3 —

Calcolo infinitesimale — vedi ai singoli titoli: Determinanti - Funzioni analitiche - Funzioni ellittiche - Gruppi di trasformazione - Matematiche superiori.

Caldaie a vapore e istruzione ai conduttori, di L. CEI, 3ª ediz. di p. XVI-474 e 282 fig. . . . . 4 —

Calderaio pratico e costruttore di caldaie a vapore, di G. BELLUOMINI. 2ª ediz., di p. XII-248, con 220 inc. 4 —

Calligrafia. Cenni storici e insegnamento di R. PERCOSSI, 2ª ediz., di p. XII-151 (esaurito).

Calore, di E. JONES, trad. Fornari, p. 304 e 98 fig. . 3 —

Camera di Consiglio Civile, di A. FORMENTANO, di p. XXXII-574 . . . . . 4 50

Cammello (Il) di E. PLASSIO, di pag. XII-303 con 2 tav. 3 —

Campicello scolastico (Il). Agricoltura pratica pei maestri di AZIMONTI e CAMPI; di p. 186 e 126 incis. . 1 50

Candele (L'industria delle). Estrazione e purificazione della Glicerina, del Dott. V. SCANSETTI di p. 450 c. 98 inc. 6 —

Cane (Il), razze, allevamento, ecc., di A. VECCHIO, 3ª ed. con appendice " Le malattie dei cani ", di P. A. PESCE, di p. XX-521 e 168 incisioni (in ristampa).

Cani e gatti, costumi e razze, di F. FAELLI, di p. XX-429 e 153 fig. 5 50

Canottaggio, del Cap. G. CROPPI, di p. XXIV-456, 387 incis. e 91 tavole 7 50

Cantiniere (Il) Man. di vinificazione di A. STRUCCHI. 4ª ediz., di p. XII-260 e 62 incis. (esaurito).

Canto (Il) nel suo meccanismo, di P. GUETTA, di p. VIII-253 e 24 incis. (in ristampa).

Canto (Arte e tecnica del), di G. MAGRINI, 2ª ed. di p. 166 3 50

Canto gregoriano, di A. OTTOLENGHI, di p. XVI-119 2 —

Caoutchouc e guttaperca, di L. SETTIMI, di pagine XVI-253 e 14 ill. . . . . 3 —

Capitano marittimo (Il) di G. ALBI, di p. XXIV-665 con 13 fig., 2 quadri fuori testo, 16 tav. a colori e un Dizionario commerciale marittimo in 5 lingue . . 8 50

L. C

Capomastro (Man. del). Impiego di materiali idraulici-cementizi, di G. Rizzi, 3ª ediz., di pag. XVI-433 e 32 incisioni nel testo 4 50

Capomastro (Il) **pratico**, G. Vivarelli (in lavoro).

Capo-meccanico (Il) Nuovo trattato di meccanica industriale, di S. Dinaro, di pag. 783 con 136 figure . 6 50

Cappellaio. di L. Ramenzoni, di p. XII-222 e 68 incis. 2 50

Carboni fossili inglesi, Coke, Agglomerati, di G. Gherardi, di p. XII-586 e 5 carte geog. (esaurito).

Carni conservate col freddo artificiale, di U. Ferretti, di p. XVI-499 e 83 fig. . . . . 5 —

Carta (Industria della), di L. Sartori, di p. 329 e 106 inc. 7 50

Carte fotografiche. Preparazioni, ecc. di L. Sassi, p. XII-353 (esaurito).

Carte magiche (Le), Giuochi di destrezza, di Ph. De-Frank, di pag. XII-148 con 36 illustrazioni . . 2 50

Cartografia. Teoria e storia di E. Gelcich, di p. VI-257, con 36 fig. (esaurito).

Cartografia — vedi ai singoli titoli: Catasto - Celerimensura - Compensazione errori - Disegno topografico - Estimo - Lettura delle carte - Telemetria - Topografia - Triangolazioni

Casa dell'avvenire (La). Vade-mecum dei costruttori, ecc. di A. Pedrini, 2ª ed. di p. XVII-917 e 445 fig. 9 50

Casaro (Man. del), di L. Morelli. Fabbricazione del burro e del formaggio 2ª ediz. di p. 275, con 128 inc. 5 50

Case operaie — vedi: Abitazioni popolari - Casa dell'avvenire - Casette popolari - Città moderna - Fabbricati civili - Progettista moderno.

Caseificio, di G. Fascetti, storia e teoria della lavorazione del latte, 2ª ediz di p. 717, con 113 incisioni. 12 50

Casette popolari, villini economici e abitazioni rurali, di I. Casali. 4ª ediz., di pag. VIII-508 con 570 fig. 8 —

Catasto italiano, di E. Bruni (in ristampa).

Catrame (Il) e suoi derivati di G. Malatesta, di pag. 628, con 80 fig. . . . . 9 —

Cavalli (L'arte di guidarli) di C. Volpini, di pagine XXIV-216 e 100 illustrazioni . . . . . 6 —

Cavallo (Il), di C. Volpini, 5ª ediz., di p. XX-543, con 93 fig. e 43 tav. a cura di A. Gianoli . . . . . 9 —

— Proverbi sul) raccolti da C. Volpini, di p. XIX-172 . 2 50

Cavi telegrafici sottomarini, di E. Jona, di p. XVI-338 e 188 fig. 5 50

Celerimensura e tav. logarit. di F. Borletti. 2ª edizione, di pag. XVI-298 e 30 incisioni . . . . . 5 —

Celerimensura (Tavole di) di G. Orlandi, di p. 1200 18 —

Cellulosa, celluloide, ecc., di G. Malatesta, di pag. VIII-176 . . . . . 2 —

Cemento armato — vedi: Calcestruzzo - Calci e cementi - Capomastro - Mattoni - Vocabol. tecnico vol. VIII

Centrali elettriche — vedi: Correnti alternate - Elettrotecnica - Illuminaz. elettrica - Ingegn. elettricista.

Ceramiche — vedi: Prodotti ceramici - Maioliche e Porcellane - Fotosmaltografia applicata alle.

L. C.

Cere — vedi: Imitazioni e succedanei - Industria steárica - Materie grasse - Merceologia tecnica - Ricettario industriale.

Chauffeur (Guida del) e conducente d'automobili, e di motori d'aviazione di G. PEDRETTI. 4ª edizione di pagine 980 con 905 illustraz., (in ristampa).

Chauffeur di se stesso. Man. pratico ad uso di chi guida la propria automobile senza chauffeur, di G. PEDRETTI 2ª ediz. di pag. 495, con 336 fig. (in ristampa).

Chimica, di H. E. ROSCOE, 7ª ediz. a cura E. Ricci, di pag. VIII-238 (esaurito).

Chimica (Storia della) di E. MEYER. Ediz. ital. a cura dei Dott. U. e C. GIUA e pref. I. GUTRESCHI, di pagine XXVIII-721 7 50

Chimica agraria, di A. ADUCCO, 3ª ediz. di pag. 5/2 4 —

Chimica agraria — vedi: Adulterazione vino - Alcool - Birra - Casaro - Caseificio - Cognac - Densità dei mosti - Distillazione vinacce - Enologia - Fecola - Fermentazione e fermenti - Fosfati - Humus - Liquorista - Malattie vini - Terreno agrario - Zucchero.

Chimica analitica. di W. OSTWALD, trad. di A. Bolis, 2ª edizione, di pag. XVI-296 . . . . . 3 50

Chimica applicata alla igiene — vedi: Analisi chimica qualitativa - Bromatologia - Chimica clinica - Chimica legale - Chimica delle sostanze alimentari - Disinfezioni - Elettrochimica - Farmacista - Igienista - Reattivi e reaz. - Spettrofotometria - Urina - Urologia - Veleni.

Chimica applicata alle industrie — vedi: Acido solforico - Alcool industriale - Alluminio - Analisi volumetrica - Birra - Chimica sostanze alimentari, coloranti - Chimico - Conservazione prodotti, sostanze - Colori e vernici - Distillazione legno - Enologia - Esplodenti - Gas illuminante - Industria della carta, frigorifera, saponiera, stearica, tartarica, tintoria - Metallocromia - Merceologia - Pirotecnia - Prodotti e procedimenti - Ricettario domestico, dell'elettricista, industriale - Sale e saline - Soda caustica - Specchi - Tintore - Vetro - Zolfo - Zucchero.

Chimica clinica. di R. SUPINO (in ristampa).

Chimica industriale e sue applicaz,. di C. CLAUDI, di pag. 720, con 264 illustraz. e tavole. . . . . 12 —

Chimica fotografica, di R. NAMIAS, 2ª ediz. . . 5 50

Chimica legale (Tossicologia), di N. VALENTINI, di p. XII-243 . . . . . 2 50

Chimica delle sostanze alimentari, ad uso dei Medici, dei Farmacisti, ecc., di P. E. ALESSANDRI. 2ª ediz. di p. XV-627, due tav. e 149 incis. . . . 6 50

Chimica delle sostanze coloranti. (Tintura d. fibbre tessili di A. PELLIZZA, di p. VIII-480 . . . 6 50

Chimico (Man del) e dell'Industriale di L. GABBA, 5ª ediz. colle tavole di H. Will di pag. XXIV-588 . . 6 50

Chimico siderurgico (Il) Analisi dell'acciaio e dei prodotti siderurgici, di R. NAMIAS, di p. 252. con inc. 5 50

Chiromanzia e tatuaggio, di G. L CERCHIARI, di p. XX-232 e 60 ill. 5 50

Digitized by Google

L. C.

Chirurgia operativa, di R. Stecchi e A. Gardini, di p. VIII-322, con 118 inc. . . . . 3 —

Chitarra (Studio della), di A. Pisani, di p. XVI-138, 52 fig. e 27 esempi . . . . . 2 —

Cibi — vedi: Aromatici - Bromatologia - Carni conservate - Conservazione sostanze alim. - Macelli moderni - Gastronomo moderno - Pane - Pasticciere - Pasticficio - Patate - Tartufi e funghi.

Ciclista (Manuale del), di U. Grioni, 3ª ediz., di p. XVI-496, 285 incis. e 8 tav. . . . . 5 —

Cinematografia (Guida pratica della) di V. Mariani, di pag. XXIII-312, con 151 illustraz. . . . . 4 —

Città moderna, (La), ad uso degli ingegneri, di A. Pedrini, di p. XX-510, 194 fig. e 10 tav. . . . . 5 —

Città (Costruzione delle) di A. Caccia, di pag. 299 con 270 incisioni 50

Classificazione delle scienze, di C. Trivero, I p. XVI-292 . . . . . 3 —

Climatologia, di L. De Marchi, di p. X-294 e 6 carte 1 50

Codice del bollo. Testo unico commentato da E. Corsi, di p. C-564 . . . . . 4 50

Codice cavalleresco italiano, di J. Gelli, 12ª ediz. di pag. 336 . . . . . 3 50

Codice civile del Regno, riscontrato e coordinato da L. Franchi, 6ª ediz. con appendice, p. 243 . . 1 50

Codice di commercio, riscontrato da L. Franchi, 6ª ediz. di p. 208 . . . . . 1 50

Codice doganale italiano, commentato da E. Bruni, di p. XX-1078 . . . . . 6 50

Codice dell'Ingegnere Civile, Industriale, Navale, Elettrotecnico, di E. Noseda, 2ª edizione rifatta, di pag. XXIV-1005 . . . . . 9 50

Codice nuovo del lavoro. Manuale di legislazione sociale, di E. Noseda, di pag. XXIII-605 . . . . 6 50

Codice di marina mercantile, 4ª ediz, a cura di L. Franchi, di p. IV-290 (in ristampa).

Codice penale e nuovo codice di procedura penale, a cura di L. Franchi, 4ª ediz., di p. IV-209 1 50

Codice penale per l'esercito e penale militare marittimo per L. Franchi, 5ª ediz. colle disposizioni emanate per la Guerra di p. 290 . . . . . 4 50

Codice del perito misuratore, di L. Mazzocchi e E. Marzorati, 3ª ediz., di p. VIII-582 e 18 ill. . . 7 —

Codice di procedura civile, riscontrato da L. Franchi, 3 ediz., di p. 181 . . . . . 1 50

Codice del teatro, di N. Tabanelli, di p. XVI-338 3 —

Codici (I cinque) del Regno d'Italia (Civile - Procedura civile - Commercio - Penale e nuovo Codice di Procedura penale), edizione Vade-mecum, a cura di L. Franchi, 6ª ediz., di pag. 902, legatura imitaz. pelle . 7 50

Codici e leggi usuali d'Italia, riscontrati sul testo ufficiale e coordinati e annotati da L. Franchi; raccolti in sette grossi volumi legati in pelle.

L. C

Vol. I. Codici — Codice civile - di procedura civile - di commercio - penale - procedura penale - della marina mercantile - penale per l'esercito - penale militare marittimo *(otto codici)* 4ª ed. (in prepar.)

Vol. II. Leggi usuali d'Italia. Raccolta coordinata di tutte le leggi speciali più importanti e di più ricorrente ed estesa applicazione in Italia; decreti regolamenti, ecc. **Parte I.** Dalla voce "Abbordi di mare, alla voce "Croce rossa„ 3ª ediz. di pag. XII-1320 . 12 50

— **Parte II.** Dalla voce "Dazio consumo, alla voce "Mutuo soccorso, 3ª ediz. pagine 1321 a 2744 . . . 12 50

— **Parte III.** Dalla voce "Navigazione interna, alla voce "Stazzatura, pag. 2725 a 3605 . . . . . 12 50

— **Parte IV.** Dalla voce "Strade ferrate, a fine (in corso di stampa).

— **Appendice** alla 2ª ediz. Le leggi dal 15 maggio 1905 al 1° gennaio 1911, di p. 1910 a due colonne, legatura in tutta pelle 10 50

Vol. III. Leggi e convenzioni sui diritti d'autore, raccolta generale delle leggi italiane e straniere di tutti i trattati e le convenzioni esistenti fra l'Italia ed altri Stati. 2ª ediz. di p. VIII-617 . . . . . 6 50

Vol. IV. Leggi e convenzioni sulle privative industriali. Disegni e modelli di fabbrica. Marchi di fabbrica e di commercio. Legislazione italiana e straniera. Convenzioni fra l'Italia ed altri Stati, di pagine VIII-1007 . . . . . 6 50

Cognac. Spirito di vino e distillazione delle fecce e d. vinacce, di DAL PIAZ-PRATO. 2ª ediz. a cura di A. F. Sannino, di p. XII-210, con 38 incis. . . . . 2 —

Coleotteri italiani, di A. GRIFFINI, di p. XVI-334 e 215 incis. . . . . 3 —

Collaudazione di materiali, di V. GOFFI, di p. XV-260, 25 incis. e 8 tav. 3 50

Colle animali e vegetali, gelatine e fosfati d'ossa, di A. ARCHETTI, di p. XVI-195 . . . . . 2 50

Colombi domestici e colombicoltura, di P. BONIZZI, 3ª ediz., di p. X-212 e 26 fig. (in ristampa).

Colonie. Manuale coloniale, di P. REVELLI, pubblicato per cura della Società di Esplorazioni Geografiche di Milano, di pag. XII-240. . . . . 3 50

Colonie. Elenco delle località abitate nelle Colonie italiane, di C. TRIVERIO, di pag. IV-66 con 4 carte geogr. 1 50

Colori (La scienza dei) e la pittura, di L. GUAITA, 2ª ediz., di p. IV-368 . . . . . 3 —

Colori e vernici, ad uso dei pittori di M. MEYER e P. BONOMI DA-PONTE. 5ª ediz. del Man. GORINI-APPIANI di pag. XVI-308 con 39 incisioni . . . . . 3 —

Colori e vernici (Industria dei). Materie prime, fabbricazione, applicazioni, di E. RIZZINI, di pag. XVI-564, con 142 fig. e 10 tav. 6 50

Coltivazione industriale delle piante aromatiche e medicinali di C. CRAVERI, di pagine XXIX-307 - 75 incisioni e 24 tavole a colori . 10 50

L. C.

Coltura montana, di G. SPAMPANI, di p. VIII-424 e 171 incis. 4 50

Commerciante (Manuale del), di C. DOMPÉ, 4ª ediz., di p. 768 . . . . . 8 50

Commercio (Storia del) di R. LARICE, 2ª ed., p. XII-299 3 —

Commercio — vedi ai singoli titoli: Affari - Codice di comm., doganale - Corrispondenza - Geografia economica, commerciale - Produzione e commercio vino - Scritture affari - Storia del Comm. - Usi mercantili.

Commissario giudiziale — vedi: Curatore dei fallimenti.

Compensazione degli errori e rilievi geodetici, di F. CROTTI, di p. IV-160 . . . . . 2 —

Composizione delle tinte nella pittura a olio e ad acquerello, di G. RONCHETTI, di pagine VIII-186 . . . . . 2 —

Computisteria, di V. GITTI: Vol. I. Computisteria commerciale, 9ª ediz. di p. 224 . . . . . 1 50

— Vol II. Computisteria finanziaria, 6ª ediz., p. VIII-157 1 50

Computisteria agraria, L. PETRI, (in ristampa).

Concia delle pelli. L'Arte del conciatore, del cuoiaio e del pellicciaio, di G. VENTUROLI. 4ª ediz., del Manuale di G. GORINI, di pag. XVI-206. . . . . 2 50

Concia e tintura delle pelli, di V. CASABURI, di pag. 445 e XXX tabelle . . . . . 6 —

Conciatore (Manuale del) di A. GANSSER, di pagine XXIV-382 con 22 incisioni e 2 tavole. 4 50

Conciliatore (L'ufficio di Conciliazione) di C. CAPALOZZA, di p. XLIII-461, con 144 formule di atti . . 4 50

Concimi, di A. FUNARO, 3ª ediz. di p. VIII-306 . . 2 50

Condottura d'acqua potabile, di P. BRESADOLA, di p. XV-334, con 37 fig. 3 50

Congelamenti. Patogenesi e cura del Maggiore Medico P. CASALI e Capitano Medico F. PULLÈ, con prefazione Prof. LUIGI DEVOTO, di pag. XVI-365, con 117 illustrazioni 6 50

Conifere (Le), **da rimboschimento**, di C. CRAVERI, di pag. XII-322, con 85 figure . . . . . 4 —

Coniglicoltura pratica, di G. LICCIARDELLI. 7ª ediz., aumentata di p. 392, con 165 incis. 12 tav. colori 6 50

Conservazione delle sostanze alimentari, di G. GORINI, 4ª ediz. a cura Franceschi e Venturoli, di p. VIII-231 . . . . . 2 —

Conservazione prodotti agrari, di C. MANICARDI, di p. XV-220 . . . . . 2 50

Conserve alimentari (L'industria delle) di G. D'ONOFRIO, di pag. XX-654, con 165 incisioni . . . 5 50

Consigli pratici — vedi: Assistenza infermi - Caffettiere - Infortuni lavoro - Liquorista - Medicina d'urgenza - Pasticciere e confettiere - Ricett. domestico - Ricett. d. elettricista - Ricett. fotografico - Ricett. industriale - Ricettario industrie tessili - Ricettario di metallurgia - Soccorsi d'urgenza - Special. medicinali.

Consoli, Consolati e Diritto consolare, di M. ARDUINO, di p. XV-277 3

Consorzi difesa del suolo. Idraulica, rimboschimento, di A. RABBENO, di p. VIII-296 . . . . . 3 —

Contabilità aziende rurali, di A. DE BRUN, di p. XIV-539 . . . . . 4 50

Digitized by Google

L. C.

Contabilità bancaria, di A. Falco, di pag. XII-289 5 50

Contabilità comunale, di A. De Brun, 2ª ediz., di p. XVI-650 (esaurito).

Contabilità domestica per le famiglie e le scuole, di O. Bergamaschi — vedi Ragioneria domestica.

Contabilità e amministrazione imprese elettrotecniche, di F. Miola, di p. XVI-262 . 3 —

Contabilità generale dello Stato, di E. Bruni 4ª ediz., di p. XVI-457 . . . . . 4 50

Contabilità — vedi: Computisteria commerciale, Finanziaria, Agraria - Contabilità comunale, domestica - Contabilità generale dello Stato - Interessi e sconti - Logismografia - Paga giornaliera - Ragioneria - Ragioneria delle Cooperative, Industriale, pubblica - Scritture d'affari - Società di mutuo soccorso.

Contrappunto, di G. Bernardi, (in ristampa).

Contratti e collaudi di lavori edili, di F. Andreani, di pag. XVI-355. . . . . 3 50

Conversazione italiana neo-ellenica, di E. Brighenti, di p. XII-143 . . . . . 2 —

Conversazione italiana-tedesca, di A. Fiori e G. Cattaneo. 9ª ediz., di p. VIII-484 . . . . 3 50

Conversazione francese-italiana, di E. Baroschi-Soresini, 2ª ediz., di p. XV-288 . . . . 3 50

Cooperative rurali, di V. Niccoli. 2ª ediz., di pagine VIII-394 . . . . . 3 50

Cooperazione nella sociologia e nella legislazione, di P. Virgilii, di p. XII-228 . . . . 1 50

Corano (Il). Versione letterale italiana, di A. Fracassi di pag. LXIV-463 . . . . . 6 50

Corano. Testo arabo e versione letterale italiana a fronte, di A. Fracassi, di pag. LXX-700 . . . 11 50

Correnti elettriche alternate, ecc., di A. Marro, 3ª ediz., di pag. XLVIII-862, 379 inc. e 81 tab. 10 50

Corrispondenza bancaria, di A. Falco, di pagine VIII-338 . . . . . 4 —

Corrispondenza commerciale poliglotta, Italiana, Francese, Tedesca, Inglese, Spagnuola e Portoghese, di G. Frisoni, in sei parti

I. Parte italiana, 6ª ediz., p. XX-520 . . 8 50
II. » spagnuola, 2ª ediz., di pag. XXIV-515 . . 5
III. » francese, 3ª ediz., p. XX-449 . . 5
IV. » inglese, di p. XVI-448 . . . . 8 50
V. » tedesca, 2ª ediz., di pag. XX-512 . . . 5
VI. » portoghese di pag. XVI-511 . . . .

Corrispondenza telefonica. Norme di servizio, ecc., di O. Perdomini, di p. XII-375 . . . . 3 50

Corse. Dizionario delle voci più in uso, di G. Franceschi, di p. XII-305 . . . . . 2 50

Corti d'Assise. Guida dei dibattimenti, di C. Baldi, di p. XX-401 . . . . . 3 50

Cosmografia, (Lezioni di) di G. Boccardi (in sostituzione del Manuale del La Leta), di pag. XII-233, con 20 inc. e 2 tav. . . . . 3 —

Digitized by Google

L. C

Costruttore navale, di G. ROSSI, 2ª ediz. rifatta, di pag. XVI-817, con 674 figure 10 50

Costruzioni — vedi: Abitazioni - Appalti - Architettura - Calcestruzzo - Calci - Capomastro - Casa dell'avvenire - Casette popolari - Città (La) moderna - Codice dell'ingegnere - Contratti e collaudi - Costruzioni enotecniche, lesionate, metalliche, rurali - Fabbricati civili - Fabbricati rurali - Fognatura - Fondazioni terrestri e idrauliche - Imitazioni - Ingegn. civile - Ingegn. costrutt. meccanico - Lavori marittimi - Laterizi - Mattoni e pietre - Muratore - Peso metalli - Progettista moderno - Prontuario agricoltore ingeg. rurale - Resistenza dei materiali - Resist. e pesi di travi metalliche - Riscaldamento - Stime di lavori edili.

Costruzioni in cemento armato, di G. BALUFFI, di pag. XII-271, con 85 illustr. (in ristampa).

Costruzioni enotecniche, di S. MONDINI, di p. IV-251, con 53 incis. . . . . 3 —

Costruzioni lesionate. Cause e rimedi di I. ANDREANI, di pag. XII-243 con 122 incisioni . . . 3 50

Costruzioni metalliche, di G. PIZZAMIGLIO, di p. L-947, con 1643 incis. e 52 tav. . . . . 22 —

Costruzioni rurali in cemento armato, di A. FANTI, 2ª ediz. completamente rifatta, di pag. XVI-315, con 160 inc. 4 50

Cotone (Guida per la coltivazione del), di C. TROPEA, p. X-165 e 21 incis. 2 50

Crestomazia neo-ellenica, di E. BRIGHENTI, di p. XVI-405 . . . . . 5 50

Cristallografia, di F. Sansoni, (esaurito, 2ª ediz. rifatta da C. Viola, in lavoro).

Cristoforo Colombo, di V. BELLIO p. IV-136 (esaur.)

Crittografia diplomatica e commerciale, di L. GIOPPI, di p. 177 . . . . . 3 50

Cronologia e calendario perpetuo, di A. CAPPELLI, di p. XXXIII-421 . . . . . 6 50

Cronologia delle scoperte e delle esplorazioni geografiche, di L. HUGUES, di p. VIII-487 5 50

Cronologia e storia medioevale e moderna, di V. CASAGRANDI, 3ª ediz. di pag. 262 . . . . . 1 50

Cubatura dei legnami rotondi e squadrati, di G. BELLUOMINI, 11ª ediz., di p. VI-229 . . . 3 —

Cultura e vita greca (Disegno storico della), di D. BASSI ed E. MARTINI, di p. XVI-791, 107 fig. e 13 tav. 7 50

Cuore (Il). Suoi mali e sue cure, di G. FORNASERI, di pag. XII-421, con 99 figure 5 50

Cuore (Terapia fisica del) di L. MINERVINI, di p. XII-475 5 50

Curatore di fallimenti (Manuale del) e del Commissario Giudiziale, di L. MOLINA (2ª ediz. di p. LX-892 8 50

Curve circolari e raccordi. Tracciamento delle curve, di C. FERRARIO, (in ristampa).

Curve graduate e raccordi pei tracciamenti ferroviari, di C. FERRARIO, di p. XX-251 e 41 fig. 3 50

Digitized by Google

L. c.

Curve. Tracciamento delle ferrovie e strade, di G. H. A. KRÖHNKE, trad. di L. Loria, 3ª ediz. p. VIII-167 . 3 50

Dama (Il giuoco della) all'italiana, di L. AVIGLIANO, di pag. 287, con 200 diagrammi e 2 tavole 5 50

Dantologia. Vita e opere di Dante, di G. A. SCARTAZZINI, 3ª ediz. a cura N. Scarano, di p. XVI-424 . . 3 —

Dattilografia. Manuale teorico pratico di scrittura a macchina, di I. SAULLE, di pag. XII-225, con 50 inc. . 3 —

Dazi doganali del Regno d'Italia (Tariffa dei) al 1° maggio 1909, di G. MADDALENA, di p. 152 . . . 1 50

Debito pubblico italiano, E. BRUNI, di p. XII-444. 3 50

Determinanti e applicazioni, di E. PASCAL, di p. VII-330 (in ristampa).

Diabete mellito e sua cura di A. RODELLA, 2ª edizione di pag. XVI-204 . . . . . 2 50

Dialetti italici, grammatica, ecc. di O. NAZARI, di p. XVI-364 (vedi anche **Italia dialettale** a pag. 31) 3 —

Dialetti letterari greci, di G. BONINO, di pagine XXXII-214 . . . . . 1 50

Didattica per le scuole normali, di G. SOLI. (2ª ediz in lavoro).

Dinamica elementare, di G. Cattaneo, di p. VIII-146 1 50

Dinamometri. Misura delle forze e loro azione lungo determinate trajettorie, di L. CAMPAZZI, di p. XX-273 e 132 inc. . . . . 3 —

Diplomazia e agenti diplomatici, di M. ARDUINO, di p. XII-269 . . . . . 3 —

Diritti d'autore - vedi: Codici e leggi, Vol. III (pag. 14).

Diritti e doveri dei cittadini, ad uso delle scuole di D. MAFFIOLI, 14ª edizione, di p. XVI-230 . . 1 50

Diritto amministrativo e cenni di Diritto costituzionale, di G. LORIS, 9ª ed. di p. XXIII-461 3 —

Diritto amministrativo — vedi: Beneficenza - Catasto - Codice doganale - Esattore comunale - Giustizia amministrativa - Imposte dirette - Legge sanità - Legislazione sanitaria - Morte vera - Municipalizzazione servizi - Polizia sanitaria - Ricchezza mobile.

Diritto civile. Compendio di G. LORIS, 7ª ed., p. XX-400 3 —

Diritto civile — vedi: Camera di Consiglio - Codice civile - Codice procedura civile - Codice dell'Ingegnere - Conciliatore - Diritti e doveri - Diritto italiano - Espropriazione - Ipoteche - Lavoro donne - Legge infortuni lavoro - Legge lavori pubblici - Legge registro e bollo - Legislazione acque - Legislazione rurale - Notaio - Prontuario legislativo - Proprietario di case - Storia del diritto - Testamenti.

Diritto commerciale italiano, di E. VIDARI. 4ª ediz. di p. X-448 . . . . . 3 —

Diritto costituzionale, di F. P. CONTUZZI, 3ª ediz., p. XIX-456 (esaurito).

Diritto ecclesiastico, di G. OLMO. 2ª ed., pag. XVI-483 3 —

Diritto internazionale penale di S. ADINOLFI, di pag. VIII-258 . . . . . 1 50

Diritto internazionale privato, di F. P. CONTUZZI 2ª ediz., di p. XXXIX-626 . . . . . 4 50

Digitized by Google

L. C.

Diritto internazionale pubblico, di F. P. Contuzzi, 2ª ediz., di p. XXXII-412 . . . . . 3 —

Diritto italiano, di G. L. Andrich, di p. XV-227 . 1 50

Diritto marittimo italiano, A. Sisto, pag. XII-556 3 —

Diritto penale romano, di C. Ferrini, 2ª ediz., di p. VIII-360 . . . . . 3 —

Disegnatore meccanico, di V. Goffi. 6ª ediz., di p. XII-532 con 475 fig. 7 50

Disegno (Principî di), e gli stili dell'ornamento di C. Boito. 6ª ediz., di p. XII-182 con 61 inc. e append. di A. Melani: L'insegnamento dell'arte decorativa di pagine 250 con 50 inc. 6 50

Disegno (Corso di), di J. Andreani, 3ª ediz., di p. VIII-74 e 80 tav. (in ristampa).

Disegno (Grammatica del), di E. Ronchetti, di p. IV-190 con 96 fig. e atlante di 106 tavole 9 50

Disegno assonometrico, di P. Paoloni, di p. IV-122, 23 fig. e 21 tav., (in ristampa).

Disegno geometrico, di A. Antilli, 4ª ediz., di p. XII-88 e 28 tavole . . . . . 2 —

Disegno — vedi anche Acquaforte - Disegno industriale - Disegno di proiezioni ortogonali - Disegno topografico - Monogrammi - Oreficeria floreale - Ornamenti sulle stoffe - Ornatista - Teoria delle ombre.

Disegno industriale, di E. Giorli, 6ª ediz., di pag. 406 . . . . . 5 50

Disegno di proiezioni ortogonali, di D. Landi, 2ª ediz., di p. VIII-152, con 132 figure . . . . . 2 —

Disegno topografico, di G. Bertelli, 4ª ediz., di p. VI-158, con 12 tav. . . . . 2 —

Disinfezione pubblica e privata, di P. E. Alessandri e L. Pizzini, 2ª ediz. di p. VIII-258 e 29 inc. . 2 50 — vedi Profilassi e disinfezione.

Distillazione del legno, di F. Villani, di p. XIV-312 4 50

Distillazione delle vinacce, delle frutte fermentate e di altri prodotti agrari, di M. Da Ponte. 3ª ediz., di p. XX-826, con 100 fig. . . 8 50

Ditteri italiani, di P. Lioy, di p. VII-356, con 227 fig. 3 —

Divina Commedia, di Dante Alighieri in tavole schematiche di L. Polacco, di p. X-152 e 6 tavole disegnate da G. Agnelli . . . . . 3 —

Dizionario albanese — vedi Albanese parlato.

Dizionario alpino-italiano, di E. Bignami-Sormani e C. Scolari, di pag. XXII-310 . . . . . 3 50

Dizionario di abbreviature latine e italiane, di A. Cappelli. 2ª ediz., di pag. LXVIII-528 . 8 50

Dizionario bibliografico, di C. Arlia, di p. 100 . 1 50

Dizionario biografico universale, di G. Garollo, due vol di p. 1118 a 2 colonne . . . . 20 —

Dizionario di botanica generale, di G. Bilancioni, di p. XX-926 . . . . . 10 —

Dizionario dei Comuni e frazioni di Comuni del Regno d'Italia, secondo il Censimento 1911, di C. Triverio, con un elenco delle località abitate nelle Colonie italiane, di pag. XII-512 . . . . . 5 50

L. c.

Dizionario enologico, di A. DURSO-PENNISI, di p. VIII-465 con 161 inc. . . . . 5 —

Dizionario Eritreo-Italiano-Arabo-Amarico, di A. ALLORI, di p. XXXIII-203 . . . . . 2 50

Dizionario fotografico in quattro lingue, di L. GIOPPI, di p. VIII-600, 95 inc. e 10 tavole . . . 7 50

Dizionario francese-italiano, di G. LE BOUCHER, di p. LXIV-556 . . . . . 3 50

Dizionario geografico universale, di G. GAROLLO, 2ª ediz. di p. XII-1451 (esaurito).

Dizionario italiano-giapponese, di S. CHIMENZ, di p. XVIII-219 . . . . . 8 —

Dizionario giuridico — vedi: Dizionario Legale.

Dizionario Greco moderno-italiano e viceversa, di E. BRIGHENTI, di p. LX-848-612 . . . 15 —

Separatamente:

Vol. I, Greco moderno-Italiano . . . . . 9 —

Vol. II, Italiano-Greco moderno . . . . . 7 —

Dizionario italiano-inglese e ingl.-ital., di J. WESSELY, 16ª ediz. a cura di G. Rigutini e G. PAYN, di p. VI-226-190 . . . . . 3 —

Dizionario Hoepli della lingua italiana, compilato da G. MARI — vedi Vocabolario.

Dizionario legale, di S. TRINGALI, di pag. XVI-1386 12 —

Dizionario milanese-italiano e italiano-milanese, di C. ARRIGHI, 2ª ediz., di p. 912 . . 8 50

Dizionario russo — Vedi Vocabolario russo.

Dizionario di scienze filosofiche, di C. RANZOLI, 2ª ediz. aumentata e corretta, di pag. VII-1252 . . 15 —

Dizionario serbo di BILINICH (in preparazione).

Dizionario Spagnuolo-Italiano e Italiano-Spagnuolo di G. FRISONI:

I. *Italiano-Spagnuolo.* Vol. di 1018 pag. L. 9.50 - leg. 12 50

Dizionario etimologico stenografico, di E. MOLINA, di p. XVI-624 . . . . . 7 50

Dizionario tecnico in 4 lingue, di E. WEBBER, 4 volumi

I. Italiano-Tedesco-Francese-Inglese, 2ª ediz. di p. XII-533 . . . . . 6 —

II. Deutsch-Italienisch-Französich-Englisch (3ª ed. in lavoro).

III. Français-Italien-Allemand-Anglais, 2ª ediz., di p. VI-679 . . . . . 8 50

IV. English-Italian-German-French, 2ª ed. aumentata di oltre 5000 termini di pag. IV-921 . . . . 12 50

Dizionario italiano-tedesco e ted-ital., di A. FIORI, 5ª ediz. per G. CATTANEO, (esaurito).

Dizionario italiano-tedesco e tedesco-italiano, di G. SACERDOTE, di p. XII-470, XXXII-480 . 6 50

Dizionario universale delle lingue italiana, tedesca, inglese, francese, disposte in un unico alfabeto, di p. 1200 . . . . . 9 50

Digitized by Google

L. c.

Dogana — vedi: Codice doganale - Codici e Leggi usuali d'Italia. Voi. II, Parte 1ª - Commerciante - Dazi doganali - Trasporti e tariffe.

Dottrina popolare in 4 lingue, (Italiana-Francese-Inglese-Tedesca) Motti, frasi, proverbi di G. SESSA. 2ª ediz., di p. IV-112 . . . . . 2 —

Doveri del macchinista navale, di V. GOFFI, di pag. XVI-310 . . . . . 3 50

Droghe e piante medicinali (Materia medica vegetale e animale) di P. A. ALESSANDRINI, 2ª edizione di pag. XV-778, con 207 inc. . . . . 9 —

Droghiere (Manuale del), di L. MANETTI, di p. XXIV-322 3 —

Duellante (Manuale del), di F. GELLI, 2ª ediz., di pag. VIII-250 e 26 tav. 2 50

— vedi anche Scherma.

Economia matematica, di F. VIRGILII e C. GARIBALDI, I p. XII-210 e 19 inc. . . . . 3 —

Economia politica, di W. JEVONS, trad. L. Cossa, 7ª ediz., di p. XV-180 . . . . . 1 5

Elettricità, di FLEEMING JENKIN, traduzione di U. FERRINI, 5ª ediz. rived., di p. XII-237 (in ristampa).

Elettricità — vedi: Cavi telegrafici - Contabilità imprese elettrotecniche - Correnti elettriche - Elettricità industriale - Elettrotecnica - Elettrochimica - Elettromotori - Enciclopedia galvanica - Frodi sui misuratori elettrici - Fulmini - Galvanizzazione - Illuminazione - Ingegnere elettricista - Magnetismo - Metallocromia - Onde Hertziane - Operaio elettrotecnico - Pila elettrica - Radioattività - Ricettario dell' elettricista - Röntgen - Sovra-tensioni - Telefono - Telegrafia - Unità assolute.

Elettricità industriale, di P. JANET, trad. di G. U. Brovedani, di p. XX-375 e 163 fig. 4 50

Elettricità e materia, di J. J. THOMSON, trad. di G. FAÈ, di p. XL-299 e 18 fig. . . . . 2 —

Elettricità medica, di A. D. BOCCIARDO, di p. X-201, con 54 inc. e 9 tav. (in ristampa).

Elettricità (Influenza dell') sulla vegetaz. e sui prodotti delle industr. agrarie di A. BRUTTINI, p. XVI-459 e 59 fig. 4 50

Elettricità sorgente di calore. Riscaldamento elettrico domestico di G. LO PIANO, di pag. VIII-188, con 153 illustrazioni 2 50

Elettrochimica, di A. COSSA di p. VIII-104 (esaurito).

Elettromotori campioni e misura delle forze elettromotrici, di G. P. MAGRINI, di pag. XVI-185 e 73 fig. . . . . 3 —

Elettrotecnica, (Principi di) di F. DESSY, di p. XII-128 (in ristampa).

Elioterapia (L') in alta montagna e trattamento della tubercolosi, di O. BERNHARD, traduzione R. CURTI, di pag. VII-125 con 49 tavole 3 50

Elioterapia (L') nella pratica medica e nell'educazione, di G. B. ROATTA, di pag. XV-155 con 77 tavole 4 —

Eloquenza civile e sacra, L. ASIOLI di p. IV-290 3 —

L. c.

Embriologia e morfologia generale, di G. CATTANEO, di p. X-242 e 71 fig. (esaurito).

Embrione umano. Embriogenia e organogenia dell'uomo, di C. FALCONE, di p. XV-451, con 90 inc. 4 50

Emigrazione ed immigrazione, di M. ARDUINO, di p. X-248 . . . . . 3 —

Enciclopedia galvanoplastica, elettrochimica e fotomeccanica, di P. CONTER, di pag. VIII-555 e 279 illustr. 7 50

Enciclopedia Hoepli (Piccola) 2ª ediz. completamente rinnovata dal dott. G. GAROLLO:

Volume I - lettere A-D di pag. X-1522 . . 12 50
Volume II - lettere E-M, pag. 1523 a 3114 . . . 16 50
(Il Vol. III ed ultimo è in corso di stampa).

Enciclopedia legale, di S. TRINGALI — vedi Dizionario legale.

Energia fisica, di R. FERRINI, 2ª ediz., di p. VIII-187 e 47 inc. 1 50

Enimmistica. Enimmi, sciarade, rebus, ecc., di D. TOLOSANI, di p. XII-516 e 29 illustr. 6 50

Enologia. di O. OTTAVI, 8ª ediz. rifatta da A. Strucchi, di pag. 327, con 50 inc. 5 50

Enologia domestica, di R. SERNAGIOTTO, 2ª ediz., di p. XIV-223, con 26 inc. . . . . 3 —

Enologia — vedi ai singoli titoli: Alcool - Ampelografia - Adulterazione vino - Analisi vino - Bottaio - Cantiniere - Cognac - Costruzioni enotecniche - Densità dei mosti - Distillazione - Dizionario enologico - Liquorista - Malattie vini - Mosti - Produzione del vino - Tannini - Uva - Vini bianchi - Vini speciali - Vinificazione - Vino.

Epidemie esotiche, di F. TESTI, di p. XII-203 . 2 —

Epigrafia cristiana, di O. MARUCCHI, di p. VIII-453, con 30 tav. 7 50

Epigrafia italiana moderna, di A. PADOVAN, di di pag. XXVI-270 . . . . . 3 —

Epigrafia latina, di S. RICCI, di pag. XXXII-448 e 55 tavole 6 50

Epilessia. Eziologia, patogenesi e cura, di P. PINI, di p. X-277 . . . . . 2 50

Equazioni integrali (Teoria delle) di G. VIVANTI, di pagine 414 . . . . . 2 50
— vedi Algebra complementare.

Equilibrio dei corpi elastici, di R. MARCOLONGO, di p. XIV-316 . . . . . 4 50

Eritrea. Storia, geografia e note statistiche, di B. MELLI, di p. XII-164 . . . . . 2 —

Errori e pregiudizi volgari, di G. STRAFFORELLO, 2ª ediz., di p. XII-196 . . . . . 1 50

Esattore comunale, ad uso dei Ricevitori, ecc., di di R. MAINARDI, 2ª ediz., di p. XVI-480 (esaurito).

Esercizi e quesiti sull'Atlante geogr. di R. Kiepert, di L. HUGUES, 3ª ediz., di p. VIII-208 1 50

Digitized by Google

L. c.

Esercizi sintattici francesi, di D. RODARI, di p. XII-403 . . . . . 3 —

Esercizi greci, di A. V. BISCONTI, 2ª ediz., di pag. XXVII-234 . . . . . 3 —

Esercizi di grammatica italiana, di D. FERRARI, di pag. VIII-236 (esaurito).

Esercizi latini, di P. E. CERETI, di p. XII-333 . . 1 50

Esercizi di traduzione a complemento della gramm. francese, di G. PRAT, 3ª ediz., di p. XII-174 . . . . . 1 50

Esercizi di traduzione a complemento della gramm. tedesca, di G. ADLER, 3ª ediz. di p. VIII-244 (esaurito).

Esplodenti e modi di fabbricarli, di R. MOLINA. 4ª ediz. riveduta e ampliata con trattazione completa degli esplosivi moderni di pag. XXXII-422 . . 5 50

Espropriazioni per causa di pubblica utilità, di E. SARDI, di p. VII-212-83 (esaurito).

Essenze naturali. Estrazione - Caratteri - Analisi, ecc., di C. CRAVERI, con 73 figure . . . . . 5 —

Essenze artificiali. Fabbricazione - Caratteri - Analisi, ecc., di C. CRAVERI, con 44 figure 3 50

Estetica. Lezioni sul bello, di M. PILO, (in ristampa).

— **Lezioni sul gusto**, di M. PILO, di p. XII-255 . . . 2 50

— **Lezioni sull'arte**, di M. PILO, di p. XV-286 . . . 2 50

Estimo rurale, di P. FICAI, 2ª ediz., di pag. XVI-308. 3 —

Estimo dei terreni, di P. FILIPPINI, di p. XVI-328 . 3 —

Etica (Elementi di), di G. VIDARI, 4ª ediz., di pag. XII-389 4 —

Etnografia, di B. MALFATTI, (esaurito).

Euclide emendato, di G. SACCHERI, trad. di G. Boccardini, di p. XXIV-126 e 55 fig. 1 50

Evoluzione. Storia e bibliografia evoluzionistica, di C. FENIZIA, di p. XIV-389 . . . . . 3 —

Ex libris italiani (3500), illustrati da J. GELLI, di p. XII-535, 139 tav. e 757 figure . . . . . 9 —

Fabbricati civili di abitazione, di C. LEVI, 5ª ediz., di p. XII-516 con 261 inc. 7 50

Fabbricati rurali. Costruzione ed economia, di V. NICCOLI, 4ª ediz., di p. XIX-410, con 185 fig. . . . 4 50

Fabbro (Il), di J. ANDREANI, di p. VIII-250, 266 fig. e 50 tavole . . . . . 3 —

Fabbro ferraio (Manuale del), di G. BELLUOMINI, 3ª ediz. di p. VIII-242 e 233 inc. 2 50

Fagiani. Razze, allevamento, di C. BELTRANDI, di p. VIII-182 e 26 fig. 2 50

Falconiere moderno, di G. E. CHIORINO, di p. XV-247, 15 tav. e 80 illustr. . . . . 6 —

Falegname (Il), J. ANDREANI, 2ª ed. p. 309, 264 fig., 25 tav. 3 —

Falegname ebanista, di G. BELLUOMINI, 5ª ediz., di pag. XVI-230 con 120 incisioni (in ristampa).

Farfalle (Le), di A. SENNA. 24 tav. e testo di pag. 195 . 8 —

Farmacista (Man. del), di P. E. ALESSANDRI, 4ª ediz. di p. 984 . . . . . 10 50

Digitized by Google

	L. c.
Farmacologia e Formulario, di P. Piccinini, di p. VIII-382	3 50
Fecola. Sua fabbricazione e trasformazione in destrina, glucosio, ecc., di N. Aducci, di p. XVI-285, con 41 fig.	3 50
Fermentazioni e fermenti, di R. Guareschi, di p. XI-350	3 —
Ferrovie e Tramvie. Costruzioni, Materiali, Esercizio, Tecnologie dei trasporti, di P. Oppizzi, di pagine XXII-1067 con 414 incisioni	15 —
Ferrovie e Tramvie (I più recenti progressi della tecnica nelle) di P. Oppizzi, di pag. XIX-291, e 124 inc.	5 50
Ferrovie — vedi: Automobili - Macchinista - Strade ferrate - Trazione ferroviaria - Trazione a vapore - Trasporti e tariffe - Vocabolario tecnico vol. V e VI.	
Fiammiferi e fosforo, di C. A. Abetti, di p. XII-172, e 5 av.	2 50
Fieni dei prati stabili italiani di A. Puglisse, con prefazione di G. Lo Priore, di pag. XII-418	4 50
Figure grammaticali a complemento della grammatica, di G. Salvagni, di p. VII-308	3 —
Filatura del cotone, di G. Beltrami, di p. XV-558 e 196 inc. (in ristampa).	
Filatura e torcitura della seta, di A. Provasi, di p. VII-281 e 75 fig.	3 50
Fillossera (La) **della vite.** Risultati dei nuovi studi italiani, di R. Grandori, di pag. XVI-256 e 17 tavole.	3 —
Fillossera e malattie crittogamiche della vite, di V. Peglion, di p. VIII-302 e 39 fig.	3 —
Films — vedi: Cinematografo.	
Filologia classica, greca e latina, di V. Inama, 2ª ediz., di p. XVI-222	1 50
Filonauta (Navigazione da diporto), di G. Olivari, di p. XVI-286	2 50
Filosofia del diritto, di A. Groppali, (in ristampa)	
Filosofia morale, di L. Friso, 3ª ediz., di p. XVI-380	3 —
Filosofia — vedi ai singoli titoli: Dizionario di scienze filosofiche - Estetica - Etica - Evoluzione - Logica - Psicologica.	
Finanze (Scienza delle), T. Carnevali, 2ª ed., p. IV-173	1 50
Fiori — vedi: Floricoltura - Garofano - Giardiniere - Orchidee - Orticoltura - Piante e fiori - Rose.	
Fiori artificiali, di O. Ballerini, 2ª ed. di p. XVI-368, con 246 figure	3 50
Fisica, di O. Murani 10ª ed. accresciuta, di p. XXIII-956	8 —
Fisica cristallografica, di W. Voigt, trad. di A. Sella, di p. VIII-392	3 —
Fisica medica. (Fisiologia - Clinica - Terapeutica), di G. P. Goggia, pag. XII-954, 300 inc. e una tav. a colori	3 50
Fisiologia, di M. Foster, trad. di G. Albini, 4ª ediz. di p. VII-223 e 35 (in ristampa).	
Fisiologia vegetale, L. Montemartini, p. XVI-230	1 50
Fisionomia e mimica, di G. Cerchiari, di p. XII-335, 77 inc. e 38 tav.	4 50
Flora delle Alpi, illustrata di O. Penzig, 2ª ed., di pag. XX-136 con 43 tavole in cromo	8 —
Floricoltura, di G. Roda, 6ª ediz., di p. VIII-284 e 100 inc.	2 50

L. C.

Flotte moderne, E. BUCCI DI SANTA-FIORA, p. IV-204 5 —

Fognatura biologica (depurazione delle acque luride), di F. LACETTI, di pag. XII-376 . . . . . 4 —

Fognatura cittadina, D. SPATARO, (esaurito).

Fognatura domestica, di A. CERUTTI, di p. VIII-421 e 200 fig. . . . . 4 —

Fondazioni delle opere terrestri e idrauliche e notizie sui sistemi più in uso in Italia, di R. INGRIA, di pag. XX-674 con 409 incisioni . . . 7 50

Fonditore in metalli, di G. BELLUOMINI, 5ª ediz. di A. HASSENZ di pag. 214, con 126 incisioni . . . 3 —

Fonologia italiana, di L. STOPPATO (esaurito).

Fonologia latina, di S. CONSOLI. di pag. 208 1 50

Fonologia romanza, di P. E. GUARNERIO, di p 666 12 50

Foreste — Vedi Prontuario del forestale

Formole e tavole per il calcolo delle risvolte ad arco circolare, di F. BORLETTI, di p. XII-69 . . . . . 2 50

Formulario scolastico di matematica elementare (aritmetica, algebra, geometria, trigonometria), di M. A. ROSSOTTI, 3ª ediz. riveduta di p. XII-2[illegible] 2 50

Forno elettrico (La pratica del) di A. TIBURZI, di pag, 270, con 70 incisioni 6 50

Fosfati e concimi fosfatici, A. MINOZZI, (in rist).

Fotocromatografia, di L. SASSI, p. XXI-135 e 19 fig. 2 —

Fotografia (i primi passi in), di L. SASSI, 4ª ediz. ampliata di pag. XII-367 con 200 incisioni e 20 tavole . 4 —

Fotografia industriale, di L. GIOPPI, di p. XIII-208, con 12 inc. e 5 tav. 3 50

Fotografia pei dilettanti. (Come [illegible]) di C. MUFFONE, 8ª ediz., di p 540, con 420 inc. e tav. 12 —

Fotografia a colori. Immagini fotografiche a colori ottenute con sviluppi e viraggi su carte all'argento e su diapositive, di L. SASSI, di pag. XVI-153 . . . 2 —

Fotografia a colori — vedi Autocromista.

Fotografia ortocromatica, di C. BONACINI, di p. XVI-227, 33 fig. e 5 tav. 3 50

Fotografia senza obiettivo, di L. SASSI, di p. XVI-135, 127 inc. e 12 tav. . . . . .

Fotografia turistica, di T. ZANGHIERI, di p. XVI-279, 84 inc. e 18 tav. 3 50

Fotografia — vedi: Arti grafiche - Autocromista - Carte fotog. - Dizionario fotog. - Fotocromatografia - Fotogr. industriale - Fotogr. ortocromat. - Fotogr. per dilettanti - Fotogr. senza obiettivo - Fotogr. turistica - Fotogrammetria - Fotominiatura - Fotosmaltografia - Primi passi in fotografia - Processi fotomeccanici - Proiezioni - Ricettario fotogr.

Fotogrammetria, fototopografia e applicazioni, di P. PAGANINI, di pag. XVI-288, 200 fig. 3 50

Fotominiatura, di F. TUCCARI, pag. X-136 e 33 tav. 3 50

Fotosmaltografia applicata, di A. MONTAGNA, di p. VIII-200 e 16 inc. . . . . 2 —

Fresatore e tornitore meccanico, di L. DUCA, 4ª ediz. ampliata, di pag. 236, con 31 inc. . . . 3 50

Frumento. Come si coltiva, di E. Azimonti, 3ª ediz., di pag. XVI-311, con 88 incisioni e 12 tavole . . . 3 —

Digitized by Google

L. c.

Frutta minori. Fragole, poponi, ecc., di A. Pucci, di pag. VIII-193 e 96 inc. 2 50

Frutticoltura, di D. Tamaro, 6ª ed., (in ristampa).

Fulmini e parafulmini, di G. Canestrini, di pag. VIII-166 (2ª edizione in corso di stampa).

Funghi mangerecci e velenosi, di F. Cavara, di p. XVI-192, e 43 tavole, (in ristampa).

Furetto. Allevamento e ammaestramento, di G. Liggiardelli, di p. XII-172 e 39 fig. 2 50

Funzioni analitiche, di G. Vivante, di p. VIII-432 4 50

Funzioni ellittiche, di E. Pascal, di p. 240 . 1 50

Funzioni poliedriche e modulari, di G. Vivanti, di p. VIII-437 . . . . . 3 —

Galvanizzazione, pulitura e verniciatura dei metalli, di F. Werth, 3ª edizione rifatta, di pag. XXVII-700, con 309 incisioni. . . . . 9 —

Galvanoplastica in rame, argento, oro, ecc. di F. Werth, 2ª ediz., di p. XIV-333, con 167 inc. . 5 —

Galvanostegia, di I. Ghersi, 2ª ediz., rifatta da P. Conter, di p. XII-383 . . . . . 3 50

Garofano (Dianthus). Coltura e propagazione, di G. Girardi e A. Nonin, di p. VI-179, con 98 inc. e 2 tav. 2 50

Gastronomo moderno (Il), di E. Borgarello, con 200 Menus, di p. VI-411 . . . . . 3 50

Gaz illuminante (Industria del), di V. Calzavara, di p. XXXII-672 e 375 fig. (esaurito).

Gelati, dolci freddi, bibite refrigeranti, conserve di frutta, di G. Ciocca, di pag. XIX-220 con 146 illustrazioni . . . . . 3 —

Gelsicoltura, di D. Tamaro, 2ª ediz., di p. 274 e 80 inc. 2 50

Geografia, di G. Grove, trad. di G. Galletti. 2ª ed., di p. XII-160 e 26 fig. 1 50

Geografia classica, di H. Tozer, trad. di I. Gentile, 5ª ediz., di p. IV-168 . . . . . 1 50

Geografia commerciale economica universale, di P. Lanzoni, 5ª ediz. (in ristampa).

Geografia economica sociale d'Italia, di A. Mariani, di p. XXVIII-477 . . . . . 4 50

Geografia fisica, di A. Geikie, trad. di A. Stoppani, 3ª ediz, di p. IV-132 e 20 inc. (esaurito).

Geologia, di A. Geikie, trad. di A. Stoppani, 5ª ediz., a cura G. Mercalli, di p. XII-180 e 49 inc. . . . 3 —

Geologo (Il) **in campagna e nel laboratorio,** di L. Seguenza, di p. XV-305 . . . . . 3 —

Geometria analitica, I. Il metodo delle coordinate, di L. Berzolari, di p XVI-409 e 54 fig. . . 3 —

Geometria analitica, II. Curve e superficie del secondo ordine, di L. Berzolari, di pag. 439, con 19 inc. 3 —

Geometria descrittiva (Elementi di), di C. Rabelletti, di pag. XII-197, con 141 incisioni (in rist.).

Geometria descrittiva (Applicazioni di), di C. Rabelletti, di pag. XII-201, con 133 figure . . . . 2 —

L. C.

Geometria descrittiva (Metodi della), di G. LORIA, di p. XVI-325 e 102 fig. (in ristampa).
— vedi: Poliedri, curve e superficie, di G. LORIA, di p. XVI-231 . . . . . 3 —

Geometria elementare (Complementi), di C. ALASIA, di XV-244 e 117 fig. 1 50

Geometria e trigonometria della sfera, di C. ALASIA, di p. VIII-208 e 34 fig. 1 50

Geometria metrica e trigonometria, di S. PINCHERLE 8ª ediz., di p. IV-160 . . . . . 3 —

Geometria pratica, di E. EREDE, 4ª ediz., di p. XVI-258 e 34 inc. 1 50

Geometria proiettiva del piano e della stella, di F. ASCHIERI, 2ª ediz. (esaurito).

Geometria proiettiva dello spazio, di F. ASCHIERI, 2ª ediz., di p. VI-264 e 16 fig. 1 50

Geometria pura elementare, di S. PINCHERLE, 8ª ediz., di p. VIII-176, con 121 fig. . . . . 3 —

Geometria elementare (Esercizi), di S. PINCHERLE, 2ª ediz. di p. VIII-136, con 50 fig. 1 50

Geometria elementare. Problemi e metodi per risolverli, di I. GHERSI, 2ª ediz. con 311 problemi e esercizi, di pag. VI-271 e 185 figure 2 50

Gesù (Vita di), di L. ASIOLI, 2ª ediz. riveduta, con una carta topografica della Terra Santa, di pag. XII-253 . 3 —

Giacimenti minerali e acque sotterranee (Ricerca dei), di M. GROSSI, di pag. XVI-380 . . . 4 50

Giardiniere (Il libro del), di A. PUCCI, 2 volumi.
I. Il giardino e la coltura dei fiori, 2ª ediz., di pagine XI-317 e 144 incisioni 3 50
II. La coltivazione delle piante ornamentali da giardino, 2ª ediz., di p. VIII-325 e 186 inc. . . . 3 50

Giardino infantile, di P. CONTI, di p. IV-213 e 27 tav. 3 —

Ginnastica (Storia della), di F. VALLETTI, di pag. VIII-184 . . . . . 1 50

Ginnastica femminile, di F. VALLETTI, di p. VI-12 e 67 fig. . . . . 2 —

Ginnastica da camera, da scuola e palestra, di J. GELLI, 2ª ediz.. di p. VIII-168, con 253 fig. 2 50

Gioielleria, oreficeria, oro, argento e platino — vedi ai singoli titoli: Orefice - Leghe metalliche - Metallurgia dell'oro - Metalli preziosi - Saggiatore - Tavole alligazione.

Giuochi — vedi: Biliardo - Dama - Tennis - Scacchi.

Giuochi ginnastici per le scuole e per il popolo, di F. GABRIELLI, 2ª ediz., di pag. XXIII-217 con 24 illustrazioni 2 50

Giuochi sportivi. (Calcio (Foot-Ball) - Rugby - Water-Polo - Pallone - Palloncino - Tamburello - Tennis - Hockey - Trucco - Pilotta - Stratto - Golf - Kriket e Vigoro - Bigliardo - Bocce), di G. FRANCESCHI. 2ª ediz. interam. rifatta del Manuale "Il giuoco del Pallone e gli altri affini „, di p. XII-180, con 31 illustrazioni. . 3 50

Giurato (Manuale del), di A. SETTI, 2ª ediz., di p. 260 2 50

Giurisprudenza — vedi: Amministrazioni comunali - Avarie - Camera di Consiglio - Codici - Conciliatore - Curatore fallimenti - Digesto - Diritto - Economia -

L. c.

Finanze - Giurato - Giustizia - Leggi - Legislazione - Mandato commerciale - Notaio - Psicopatologia legale - Polizia giudiziaria - Prontuario tecnico legislativo - Ragion. - Socialismo - Strade ferr. - Testamenti.

Giustizia amministrativa (Principi fondamentali e procedura), di C. VITTA (esaurito).

Glicerina — vedi: Candele.

Glottologia, di G. DE GREGORIO, di p. XXXII-318 . 3 —

Gnomonica. L'orologio solare a tempo vero, di G. BORTINO BARZIZZA, p. VIII-199, 33 inc. (sost. il LA LETA) . 2 50

Gemme, Resine, Gommo-resine e Balsami, di L. SETTIMI, di p. XVI-373 e 17 fig. 4 50

Grafologia, di C. LOMBROSO, (esaurito).

Grammatica albanese, di V. LIBRANDI, p. XVI-200 3 —

Grammatica albanese — vedi Albanese parlato.

Grammatica catalana con esercizi pratici e Dizionario di G. FRISONI, di pag. XXIV-279 . . . 3 —

Grammatica croato-serba, G. ANDROVIC, (esaur.)

Grammatica danese-norvegiana, di G. FRISONI, di p. XX-488 . . . . . 4 50

Grammatica ebraica, di I. LEVI fu I. 2ª edizione, di pag. IV-200 . . . . . 2 50

Grammatica egiziana antica, geroglifica, di G. FARINA di p. VIII-185 . . . . . 4 50

Grammatica francese, G. PRAT, 4ª ed., (ristampa).

Grammatica galla (Oromonica), di E. VITERBO, 2 vol.
I. Galla-italiano, di p. VIII-152 . . . . . 2 50
II. Italiano-galla, di p. LXIV-106 . . . . . 2 50

Grammatica greca, di V. INAMA, 2ª ed. (in ristampa)

Grammatica del greco-moderno, di R. LOVERA, 2ª ediz., di p. VI-220 (in ristampa).

Grammatica inglese, L. PAVIA, 4ª ediz. di pag. 288 3 —

Grammatica italo-Araba con vocabolario comparativo tra l'Arabo letterario e il Dialetto libico, di G. SCIALHUB, di pag. XVI-389 . . . . . 7 —

Grammatica italiana, di C. CONCARI, riveduta da G. B. MARCHESI, 4ª ediz., riveduta e corredata di esercizi di applicazione del Prof. D. FERRARI, di p. VIII-201 1 50

Grammatica italiana (Esercizi di), per le scuole secondarie, di D. FERRARI, (in ristampa).

Grammatica latina, L. VALMAGGI, 2ª ed., p. VIII-256 1 50

Grammatica magiara, di A. ALY-BELFADEL, di p. XIX-332 . . . . . 3 —

Grammatica olandese, di M. MORGANA, p. VIII-224 3 —

Grammatica persiana, A. DE MARTINO, p. VI-207 3 —

Grammatica portoghese-brasiliana, di G. FRISONI, 3ª ediz., di p. XVI-356 . . . . . 3 50

Grammatica provenzale, di E. PORTAL, di pagine VIII-232 . . . . . 1 50

Grammatica della lingua romena, R. LOVERA, 3ª ed. con l'aggiunta di modelli di lettere e di un vocabolario delle voci più usuali, di pag VIII-211 . . 2 50

Grammatica russa di VOINOVICH, di pag. XII-272 . 3 —

— vedi anche: Lingua russa - Vocabolario russo.

Grammatica serba di B. GUYON, (in corso di stampa).

Grammatica slovena, di B. GUYON, 2ª ediz ampliata, di pag. 363 . . . . . 5 50

Digitized by Google

L. C.

Grammatica somala. Elementi di Somalo e di Ki-Suahili parlato al Benadir, di E. CARCOFORO di pagine VIII-154 . . . . . 2 50

Grammatica spagnuola, di L. PAVIA, 4ª ediz., di p. XII-194 (in ristampa).

Grammatica storica della lingua e dei dialetti italiani, di F. D'OVIDIO e G. MEYER-LÜBKE, trad. di E. Polcari di p XII-301 (in ristampa).

Grammatica svedese, di E. PAROLI, di p. XV-293 3 —

Grammatica tedesca, L. PAVIA, 4ª ed. di p. XX-296 3 —

Grammatica turco-osmanli, di L. BONELLI, di p. VIII-200 (esaurita).

Gravitazione. Spiegazione delle perturbazioni solari, di G. B. AIRY, trad. F. PORRO, di p. XXII-176 e 50 fig. 1 50

Grecia antica — vedi: Antichità greche - Archeologia - Atene - Cultura greca - Mitologia greca - Monete greche - Storia antica.

Greco moderno — vedi: Conversazione ital.-neoellenica - Crestomazia - Grammatica - Dizionario.

Gruppi continui di trasformazioni, di E. PASCAL, di p. XI-378 . . . . . 3 50

Guida numismatica universale, di F. GNECCHI, 4ª ediz., di p. XV-612 . . . . . 8 —

Humus. Fertilità e igiene dei terreni, di A. CASALI, di p. XVI-210 . . . . . 2 —

Idraulica, di E. ZENI, 2ª ediz. rifatta del Manuale di T. Perdoni, di p. XXXI-480, 290 fig. e 3 tav. . . . 7 50

— vedi: Fondaz. terrestri e idrauliche. - Sistemaz. torrenti.

Idraulica fluviale, di A. VIAPPIANI, p. XI-259, 92 fig. 4 50

Idrobiologia applicata, di F. SUPINO, di pag. 290 con 134 incisioni 3 50

Idroterapia, di G. GIBELLI, di p. IV-238 e 30 inc. . 2 —

Igiene della bocca e dei denti, di L. COULLIAUX, di p. XVI-330 e 23 fig. (in ristampa)

Igiene del lavoro, di A. TRAMBUSTI e G. SANARELLI, di p. VIII-262 e 70 inc. 2 50

Igiene della mente e dello studio, di G. ANTONELLI, di p. XXIII-410 . . . . . 3 50

Igiene ospedaliera, di C. M. BELLI:

Vol. I. - Costruzioni degli Ospedali-Ospizi e stabilimenti affini, di pag. VII-503, con 253 incisioni . . 6 50

Vol. II. - Ordinamento dei servizi negli ospedali, di pag. 366, con 167 incisioni . . . . . 5 —

Igiene della pelle, di A. BELLINI, (in ristampa).

Igiene del piede e della mano. Pedicure e manicure, di G. ANTONELLI, di p. XVI-459 e 33 fig. . . 4 50

Igiene della vita pubblica e privata, di G. FARALLI (in ristampa).

Igiene privata e medicina popolare, di C. BOCK. 3ª ediz. ital. di G. GALLI, di pag. XVI-303 . . 2 50

Igiene rurale, di A. CARRAROLI, di p. X-470 . . 4 50

Igiene scolastica, di A. REPOSSI 2ª ediz.. D. IV-246 2 —

Igiene della scuola e dello scolaro, di M. RAGAZZI, di pag. XII-386 . . . . . 4 50

Digitized by Google

L. c.

Igiene sessuale ad uso dei giovani e delle scuole, di G. FRANCESCHINI, 2ª ediz. di p. XII-192 3 —

Igiene del sonno, di G. ANTONELLI, di p. VI-224 . 2 —

Igiene veterinaria, di U. BARPI, di p. VIII-221 . 2 —

Igiene della vista, di A. LOMONACO, di p. XII-272 . 2 50

Igienista (Manuale dell'), ad uso degli Ufficiali sanitari, studenti, ecc., dei dott. C. TONZIG e G. Q. RUATA, di p. XII-374 e 243 fig. . . . . 5 —

Igroscopi, igrometri, umidità atmosferica, di P. CANTONI, di p. XII-142 e 24 fig. 1 50

Illuminazione elettrica. Impianti ed esercizii, di E. PIAZZOLI, 6ª ediz., p. XII-955, 468 fig. (in ristampa).

Imbalsamazione umana, di F. DI COLO, di p. X-174 e 15 fig. 2 50

— vedi: Naturalista preparatore.

Imbianchino decoratore, D. FRAZZONI, p. X-193 2 50

Imenotteri, neurotteri, pseudoneurotteri, ortotteri e rincoti, di E. GRIFFINI, di p. XVI-687 e 243 fig. 4 50

Imitazione di Cristo, di G. GERSENIO, volgarizzazione di C. GUASTI e note di G. M. ZAMPINI, 2ª ediz. di pag. L-462 . . . . . 5 50

Imitazioni — vedi Prodotti e procedimenti nuovi.

Immunità e resistenza alle malattie, di A. GALLI-VALERIO, di p. VIII-218 . . . . . 1 50

Impianti elettrici a correnti alternate, di A. MARRO. 3ª ediz., di pag. XLVIII-862, con 379 incisioni e 81 tabelle 10 50

mposte dirette. Riscossione, eec., di E. BRUNI, di p. VIII-158 . . . . . 1 50

Incandescenza a gaz. Fabbricazione reticelle, di L. CASTELLANI, di p. X-140 e 33 inc. . . . . 2 —

Inchiostri da scrivere, R. GUARESCHI, p. VIII-162 3 50

Industria frigorifera, di P. ULIVI, 2ª ediz., di p. XVI-272 e 74 fig. . . . . 4 —

Industria dei saponi — vedi: Saponi.

Industria tartarica, di G. IAPETTI, di p. XV-276 e 52 fig. . . . . 3 —

Industria tessile. Analisi e fabbricazione dei tessuti tinti in filo e tinti in pezza, di F. Fachini, di pagine XII-211, con 30 incisioni 2 50

Industria tintoria, di M. PRATO, p. XXI-292, e 7 fig. 3 —

Industrie (Piccole), di I. GHERSI, 3ª ediz., di p. XII-388 4 50

Infanzia — vedi: Rachitide - Malattie dell' - Giardino infantile - Nutrizione - Ortofrenia - Posologia - Sordomuto.

Infermieri (Istruzioni per gli) — vedi: Assistenza.

Infezione — vedi: Disinfezione - Medicatura antisettica.

Infortuni sul lavoro. (Mezzi tecnici per prevenirli, di E. MAGRINI, di pag. 285 con 257 incisioni. . . 3 —

Infortuni in montagna. Manuale per gli alpinisti, di O. BERNHARD, trad. R. Curti, di p. XVII-60, e 55 tav. 3 50

Ingegnere civile e industriale (Manuale dell')

	L.	c.
di G. COLOMBO, 36ª e 37ª ediz. (101 e 106° migliaio), di pagine 494, con 236 fig.	9	—
Ingegnere costruttore meccanico, di C. MALAVASI, 3ª ediz. di pag. XXXIV-862, con 1564 fig.	12	50
Ingegnere elettricista. di A. MARRO, 2ª ediz., di XXXV-862 e 254 fig. (in ristampa).		
Ingegnere navale, di A. CIGNONI, di pag. 324 e 36 fig.	5	50
Insegnamento dell'italiano, di G TRABALZA, di p. XVI-254	1	50
Insetti dellecase e dell'uomo e malattie che diffondono, con riguardo al modo di difendersene nelle città, nelle campagne, al fronte, di A, BERLESE, p. XII-293, con 100 inc.	4	50
Insetti nocivi all'agricoltura e alla selvicoltura, di C. CRAVERI, di pag. X-481, con 229 fig.	4	—
Insetti utili, di F. FRANCESCHINI, p. XII-160, (esaurito).		
Interesse e sconto, di E. GAGLIARDI, 3ª ed., di p. 209	2	—
Invecchiamento artificiale dei vini, aceti e spiriti di A. DURSO-PENNISI, di pag. 185, con 35 inc.	2	50
Inventore (Guida dell'), di I. GHERSI. Consigli, istruzioni, leggi, di pag. XII-511	5	—
Invenzioni utili (Piccole), di S. PAOLETTI, di p. XVI-252 e 156 fig.	3	50
Ipoteche (Man. per le), di A. RABBENO (in ristampa).		
Islamismo, di I. PIZZI, di p. VIII-494	3	—
Italia dialettale di G. BERTONI, di pag. 257	3	50
Ittiologia italiana, di A. GRIFFINI, di p. 487 e 244 fig.	5	50
Jucche (Le), di G. MOLON, di pag. VIII-247, con 53 tavole in nero e 8 colorate	6	50
Laminazione del ferro e dell'acciaio, di M. BALSAMO, di p. VIII-139, 50 fig. e 5 tav.	2	—
Laterizi, di G. REVERE, di p. XII-298 (in ristampa).		
Latino volgare (Il), di C. H. GRANDGENT, traduzione di N. MACCARONE, di pag. XXIV-298.	3	—
Latte e latterie sociali cooperative, di E. REGGIANI, di p. XII-444, con 96 fig.	5	—
Lavorazione dei metalli, di C. ARPESANI, 2ª ediz. rinnovata, di pag. XVI-603, (in ristampa).		
Lavorazione dei legnami, di C. ARPESANI, 2ª ediz. (in corso di stampa).		
Lavori femminili, di T. e F. ODDONE, di p. VIII-543, 822 inc. e 48 tav.	7	—
Lavori femminili — vedi anche: Abiti per signora - Biancheria - Macchine da cucire - Monogrammi - Trine a fuselli.		
Lavori marittimi e impianti portuali, di F. BASTIANI, di p. XXIII-424, con 209 fig.	6	50
Lavori in terra, di B. LEONI di p. XI-305 e 38 fig.	3	—
Lavoro donne e fanciulli. Legge, regolamento con note di E. Noseda, di p. XV-174	1	50
Lawn-Tennis — vedi: Tennis.		
Lectures françaises et themes italiens, di J. PRAT, di pag. VI-158	1	50
Legatore di libri, di G. G. GIANNINI, 2ª ediz. ampliata, di pag. 263, con 27 tavole di cui 2 a colori	5	50
Legge comunale e provinciale, annotata da E. MAZZOCCOLO. 7ª ediz. (in corso di stampa).		

L. C.

Legge elettorale politica (La nuova), accuratamente riveduta sul testo ufficiale 0 50

Legge sugli infortuni sul lavoro, di A. SALVATORE, di p. 312 . . . . . 3 —

Legge sui lavori pubblici e regol., di L. FRANCHI, di p. IV-110-XLVIII (esaurito).

Legge Notarile (La nuova) e Regolamento Settembre 1914, commentata da E. BRUNI, di pag. XII-571 . . . 4 50

Legge sull'ordinamento giudiziario, di L. FRANCHI, di p. IV-92-CXXVI 1 50

Leggende popolari, di E. MUSATTI, 3ª ediz., di p. VIII-181 . . . . . 1 50

Leggi — vedi: Codici.

Leggi sulla sanità e sicurezza pubblica, di L. FRANCHI, di p. IV-108-XCII 1 50

Leggi sulle tasse di registro e bollo, di L. FRANCHI, di p. IV-124-CII (esaurito).

Leghe metalliche ed amalgame, di I. GHERSI, 2ª ediz., di p. XII-433 e 22 fi . . . . . 4 —

Legislazione agraria italiana Codice della) di E. VITA, di pag. XXVII-718 . . . . . 8 —

Legislazione sulle acque, di D. CAVALLERI, di p. XV-274 . . . . . 2 50

Legislazione rurale, di E. BRUNI, 3ª ediz., di p. XII-450 . . . . . 4 50

Legislazione sanitaria italiana, di E. NOSEDA, di p. VIII-570 . . . . . 5 —

Legnami indigeni ed esotici. Usi e provenienze, di O. FOGLI, di p. VIII-197, con 37 fig. 2 50

Lepidotteri italiani, di A. GRIFFINI, di p. XIII-248, con 149 fig. . . . . 3 —

Letteratura albanese, di A. STRATICÒ, di pag. XXIV-280 . . . . . 3 —

Letteratura americana. di G. STRAFFORELLO, di p. 158 . . . . . 1 50

Letteratura araba, di I. PIZZI, di p. XII-388 . 3 —

Letteratura assira, di B. TELONI, di p. XV-266 3 —

Letteratura bizantina (Storia della) (324-1453) di G. MONTELATICI, di pag. VIII-292 . . . . . 3 —

Letteratura drammatica, di C. LEVI, di pag. XII-339 . . . . . 4 50

Letteratura ebraica, 2 volumi, di A. REVEL, di p. 364 . . . . . 3 —

Letteratura egiziana, di L. BRIGIUTI, (in lavoro).

Letteratura francese, dalle origini ai nostri giorni, di G. PADOVANI, di pag. XX-525 . . . . . 4 50

Letteratura e crestomazia giapponese, di P. ARCANGELI, di pag. XVI-299 . . . . . 3 50

Letteratura greca, di V. INAMA, 18ª ediz. ampliata ed in parte rifatta da D. BASSI e E. MARTINI, p. XVI-316 3 —

Letteratura indiana, di A. DE GUBERNATIS, di p. VIII-159 (esaurito).

Letteratura inglese, di F. A. LAING e I. CORTI, di pag. VIII-208 . . . . . 3 —

Digitized by Google

	L. c.
Letteratura italiana, di C. Fenini, 6ª ediz. rifatta da V. Ferrari, di p. XII-268 (in ristampa).	
Letteratura italiana moderna e contemporanea, di V. Ferrari. 3ª ediz., di p. VIII-340 .	3 —
Letteratura italiana. Insegnamento pratico, di A. De Guarinoni, di p. XIX-336	3 —
Letteratura norvegiana, di S. Consoli, di p. 288	1 50
Letteratura persiana, di I. Pizzi, di p. X-208 .	1 50
Letteratura provenzale moderna, di E. Portal, di p. XVI-221	1 50
Letteratura romana, di F. Ramorino, 8ª ediz. di p. VIII-349	3 —
Letteratura rumena, di R. Lovera, di p. X-199	1 50
Letteratura spagnuola, di B. Sanvisenti, di p. XVI-202	3 —
Letteratura tedesca, di O. Lange, 3ª ediz. ital. di R. Minutti (in ristampa).	
Letteratura ungherese, di Zigany-Arpad, di p. XII-205	1 50
Letteratura universale, di P. Parisi, di pag. 399	3 —
Letterature slave, di D. Ciampoli, 2 vol.	
I. Bulgari Serbo-Croati, Jugo-Russi, di p. IV-144 .	1 50
II. Russi, Polacchi, Boemi, di p. IV-142	1 50
Lignite, legno e torba, di G. Malatesta e G. Guardabassi, di pag. 406, con 92 fig. nel testo. . . .	7 50
Lettura delle carte topografiche, di A. Ferrari, di pag. XII-365, con 98 incisioni e 10 tavole .	5 50
Limnologia. Studio dei laghi, di G. P. Magrini, di p. XV-212 e 53 fig.	3 —
Lingua cinese parlata, di F. Magnasco, di p. 130	2 —
Lingua giapponese parlata, di F. Magnasco, di p. XVI-110	2 50
Lingua gotica, di S. Friedmann, di p. XVI-833	3 —
Lingua italiana — vedi: Arte del dire - Corrispondenza - Dialetti - Enciclopedia Hoepli - Figure grammaticali - Grammatica - Insegnamento d. italiano - Italia dialettale - Morfologia - Ortoepia - Retorica - Ritmica - Verbi italiani - Vocabolario ital.	
Lingua latina — vedi: Abbreviature latine - Ape latina - Epigrafia - Esercizi - Filologia classica - Fonologia - Grammatica - Latino volgare - Letteratura romana - Metrica - Sinonimi lat. - Verbi.	
Lingua russa. Grammatica ed esercizi, di P. G. Spandeo, 4ª ediz. di p. IX-274	4 —
— vedi: Grammatica russa - Vocabolario russo e italiano.	
Lingue dell'Africa, di C. Cust, trad. di A. De Gubernatis, di p. IV-110	1 50
Lingue germaniche — vedi: Grammatica danese-norvegiana, inglese, olandese, tedesca, svedese.	
Lingue neo-elleniche — vedi: Conversazione - Crestomazia - Dizionario greco mod.	
Lingue slave — vedi Grammatica croato-serba, Grammatica slovena, Grammatica albanese, L'albanese parlato.	
Lingue neo-latine, di E. Gorra. (2ª ediz. in lavoro).	

L. C

Lingue straniere, di G. MARCEL, trad. di G. DAMIANI, di p. XVI-136 . . . . . 1 50

Linguistica — vedi Grammatica storica della lingua

Figure (Le) grammaticali - Verbi italiani.

Liquorista, di A. CASTOLDI, 2000 ricette pratiche, 3ª ediz. rifatta dei Man., A. Rossi, pag. XVI-751 e 19 inc. 9 —

Litografia, di C. DOYEN, di p. VIII-261, con 8 tav. . 4 —

Livellazione pratica, di A. VEGLIO, p. XII-129, 47 fig. 2 —

Locomobili e trebbiatrici. Man. pel conduttore, di L. CEI. 3ª ediz. di p. XVI-376, 227 fig. e XXXVII tab. 3 —

Logaritmi a 5 decimali, di O. MULLER, 13ª ediz. a cura di M. RAINA. di p. XXXVI-191 . . . 1 50

Logica, di W. . JEVONS, trad C. CANTONI. 5ª ediz., di p. VIII-156, con 15 fig. 1 50

Logica matematica, di C. BURALI-FORTI, p. VI-158 1 50

Logismografia, di C. CHIESA, 4ª ediz. con note del prof. A. MASETTI di p. XV-196 . . . . . 1 50

Lotta greco-romana con cenni storici sulla Storia della lotta, di A. COUGNET, di pag. VIII-490 con 168 fotografie di celebri lottatori e 126 figure nel testo. 5 50

Lotte libere moderne. Svizzera, Islandese, Giapponese, Americana, Turca, di A. COUGNET, di pagine XXIV-223, con 190 incisioni 2 50

Luce e colori, di G. BELLOTTI. (2ª ediz. in lavoro).

Luce e suono, di E. JONES, trad. di U. Fornari, di p. VIII-336 e 121 inc. . . . . 3 —

Luce e salute. Fototerapia e radioterapia, di A. BELLINI, di p. XII-362 e 65 fig. 3 50

Macchine e caldaie (Altante di). S. DINARO, di pagine XV-80, con 112 tav. e 170 fig. (in ristampa).

Macchine (Il montatore di) di S. DINARO, 2ª ediz. di p. XVI-502 e 62 incis. . . . . 4 —

Macchine per cucire e ricamare, di A. GALASSINI, di p. VII-230 e 100 fig. 2 50

Macchine utensili moderne (I problemi pratici delle), di S. DINARO, di pag. XVI-157 . . . 3 50

Macchine a vapore e Turbine a vapore, di H. HAEDER e E. WEBBER. 2ª ediz. ital., di p. XX-627 con 1822 incis. . . . . 10 —

Macchinista e fochista, di G. GAUTERO e L. LORIA, 14ª ed. rifatta da C. Malavasi, p. XVI-318 e 188 fig 3 50

Macchinista navale e Costruttore Meccanico di E. GIORLI, 2ª ed. rifatta, di pag. 591 e 350 fig 8 50

Macelli moderni. Conservazione delle carni, di P. A. PESCE, di p. XV-510 e 73 fig. 6 50

Madreperla. Suo uso nella industria e nelle arti, di E. ORILIA, di p. VIII-268, 40 fig. e 4 tav. . . . 4 50

Magnetismo ed elettricità, di F. GRASSI, 4ª ed. di p. XXII-878, con 398 fig. e 6 tav. . . . . 9 —

Magnetismo e ipnotismo, di G. BELFIORE, 5ª ed di pagine VIII-465 . . . . . 7 50

Maiale. Razze, riproduzione allevamento, di E. MARCHI. 3ª ediz. a cura C. PUCCI. di pag. XVI-602 e 103 inc. 7 50

Maioliche e porcellane, di L. DE MAURI. 2ª ediz di pag. XIV-843, con 430 incis., 43 tav. e 3500 marche 12 50

L. C.

Mais o granoturco. Coltivazione, di E. AZIMONTI. 2ª ediz., di p. XII-196 e 61 inc. 2 50

Malaria e risaie in Italia, di G. ERCOLANI, di p. VIII-203 . . . . . 2 —

Malattie degli animali utili all'agricoltura, di P. A. PESCE, di pag. XII-611 . . . . . 5 50

Malattie crittogamiche delle piante erbacee, di R. WOLF, trad. di P Baccarini, di p. X-263 e 50 inc. . . . . 2 —

Malattie dell' infanzia, di G. CATTANEO, di pagine XII-506 . . . . . 4 —

Malattie infettive degli animali, di U. FERRETTI, di p. XX-582 . . . . . 4 50

Malattie dei lavoratori e igiene industriale, di G. ALLEVI, di p. XII-421 . . . . . 3 50

Malattie mentali, di L. MONGERI, di p. XVI-263 con 26 tav. 4 50

Malattie dell' orecchio, del naso e della gola, di T MANCIOLI, di p XXIII-540, con 98 inc. . 5 50

Malattie dei paesi caldi, di C. MUZIO, di p. XII-562, con 154 fig. e 11 tav. 7 50

Malattie della pelle, di G. FRANCESCHINI, di pagine XVI-217 . . . . . 2 50

Malattie dei polli ed altri volatili, di P. A. PESCE, di p. XVI-297 e 50 incis. 2 50

Malattie del sangue. Ematologia di E. REBUSCHINI, di p. VIII-432 . . . . . 3 50

Malattie sessuali, di G. FRANCESCHINI, 3ª ediz., di pag. XV-280 . . . . . 4 50

Malattie e alterazioni del vino, di S CETTOLINI, 2ª ediz., di p. VIII-380 e 15 fig. . . . . 3 —

Malattie dei vini. Chiarificazione, di R. AVERNA-SACCÀ, di p. XII-400 e 23 fig. 3 50

Mandato commerciale, di E. VIDARI, di p. VI-160 1 50

Mandolinista (Man. del) di A. PISANI (2ª ediz. in corso d stampa).

Maniscalco pratico, di C. VOLPINI. Anatomia, ferratura, di p. XVI-898 e 193 fig. 4 50

Manzoni A., Cenni biografici di L. BELTRAMI, di p. 109, con 9 autografi e 68 inc. 1 50

Mare (Il) di V. BELLIO, di p. IV-140 e 6 tav. . . . 1 50

Maria (Vita di), di L. ASIOLI, pag. VIII-202 . . . 3 —

Marina — vedi: Attrezzatura navale - Bandiere - Capitano marittimo - Canottaggio - Ingegnere navale - Filonauta - Flotte moderne - Marine da guerra - Marino - Nautica stimata - Astronomia nautica - Codice di marina - Avarie e sinistri marittimi.

Marine da guerra del mondo al 1897, di L. D'ADDA, di p. XVI-320 e 77 ill. 4 50

Marino (Manuale del) Militare e mercantile, di G. DE AMEZZAGA, 2ª ediz. con appendice di E. B. di Sanafiora, di p. VIII-438, con 18 silografie . . . . 5 —

Marmista, di A. RICCI 2ª ediz., di p. XII-154 e 48 inc. 2 —

Massaggio, di R. MAINONI, p. XII-179 (2ª ed. in lavoro).

Matematica attuariale, di U. BROGGI, di pagine XV-347 . . . . . 4 5[illegible]

Digitized by Google

L. C.

— vedi: Scienza attuariale.

Matematica (Complementi di) ad uso dei chimici, di G. VIVANTI, di p. X-381 (in ristampa).

Matematica dilettevole e curiosa. Problemi, Giuochi, ecc., di I. GHERSI, di pag. 740 con 693 figure (in ristampa).

Matematiche — vedi: Algebra - Aritmetica - Astronomia - Calcolo - Celerimensura - Compensazione errori - Computisteria - Contabilità - Cubatura - Legnami - Curve - Economia matematica - Equazioni integrali - Formolario - Gruppi di trasformazione - Interesse - Logaritmi - Logica matematica - Ragioner - Storia della matematica - Trigonometria - Tracciamento curve - Triangolazioni.

Matematiche superiori (Repertorio di), di E. PASCAL. 2 vol.

I. **Analisi**, di p. XVI-642 (in ristampa).

II. **Geometria e indice** per i due vol., di p. 950 . 9 50

Materia medica moderna, di G. MALAGRIDA, di p. XI-761 (esaurito).

Materie grasse (Industria), I grassi e le cere, di S. FACHINI, di p. XIII-651 . . . . . 6 50

Mattoni e pietre di sabbia e calce (Arenoliti), di E. STOFFLER e M. GLASENAPP, con aggiunte di G. Revere, di p. VIII-232, 85 fig. e 3 tav. (in ristampa).

Meccanica, di R. S. BALL, trad. I. Benetti, 6ª ed., riveduta e ampl. da C. MAVAVASI, di p. XVI-198 e 87 fig. 2 50

Meccanica agraria, di V. NICCOLI, 2 vol.

I. **Lavorazione del terreno**, 2ª ed. di p. 470 e 176 inc. 4 50

II. **Dal seminare al compiere la prima manipolazione dei prodotti**, di p. XII-426 e 175 fig. (in ristampa)

Meccanica applicata (Man. elem. di) di F. MASSERO, per le offie. e scuole operaie. Pag. XX-434 con 371 inc. 7 50

Meccanica industriale nelle scuole e per l'officina, di S. DINARO, 2ª ediz. di p. 516 e 100 figure 6 50

Meccanica del macchinista di bordo, di E. GIORLI, di p. XIII-297 e 92 fig. 2 50

Meccanica razionale, di R. MARCOLONGO, 2 vol.

Cinematica - Statica, 2ª ediz. di pag. XV-323, con 32 inc. 4 50

II. **Dinamica-Idromeccanica**, 2ª ediz di p. 420, con 23 incisioni . . . . . 6 —

Meccanica (Tecnologia) - v.: Aeronautica - Aggiustatore - Appr. meccan. - Automobilista - Aviazione - Caldaie - Chauffeur - Costruzioni metalliche - Dinamica - Disegnatore meccanico - Disegno industriale - Fresatore - Ingegnere civile - Ingegnere costruttore meccanico - Lavorazione dei metalli - Locomobili - Macchine (Atlante di), (Montatore di) - Macchine utensili - Macchinista e fuochista - Macchinista navale - Meccanico - Meccanismi - Modellatore meccanico - Momenti di inerzia - Orologeria - Termodin. - Tornitore meccan.

Meccanico (Il), di E. GIORLI. 7ª ediz., di p. XVI-537 e 341 fig. (in ristampa).

Meccanico moderno (guida pratica del) di A. MASSENZ. Manuale teorico-pratico ad uso dei capi-officina ed alunni delle scuole ind. e d'arti e mestieri, meccanici, tornitori, fabbri, di pag. XXIV-351 con 331 inc. 4 50

L. C.

Medicamenti — vedi: Diabete melito - Droghe - Elioterapia - Farmacista - Farmacoter. - Materia med. - Medicatura - Med. d'urgenza - Med. prat. - Posologia Prodotti chimici organ. - Rimedi - Sieroterapia Sifilide - Soccorsi urgenza - Specialità medicinali - Veleni.

Meccanismi (600). Dinam., Idraul., Pneumat., ecc., di T. BROWN. 6ª ediz. ital. a cura di C. Malavasi, di pag. 303, con 605 figure 4 50

Medicatura antisettica, di A. ZAMBLER, con prefazione di E. Tricomi, di p. XVI-124 e 6 inc. . . 1 50

Medicina d'urgenza, di E. TROMBETTA (esaurito).

Medicina legale militare, di E. TROMBETTA, di p. XVI-330 (esaurito)

Medicina sociale, di G. ALLEVI, di p. 400 . . . 3 50

Medicina dello spirito, di C. GIACHETTI, pag. 235. 2 50

Medico (Il) **a bordo e nei paesi tropicali,** di R. RIBOLLA, di pag. XIX-326 . . . . . 3 50

Medico pratico, di C. MUZIO, 4ª ediz., (in ristampa).

Membra artificiali (Vitalizzazione delle) di G. VANGHETTI, di pag. 241, con 137 figure 4 50

Merceologia tecnica, di P. ALESSANDRI, due vol.
Vol. I. **Materie prime,** p. XI-530, 142 tav. (in rist.)
Vol. II. **Prodotti chimici,** di p. 526, 83 tav. e 16 inc. 6 —

Merceologia e Istituzioni commerciali, di E. BIANCHI (in sostituzione del Manuale di LUXARDO) di pag. XVI-488 . . . . . 5 50

Mesotorio (Il) nella cura di alcune dermatosi e neoformazioni maligne della pelle, di A. MASOTTI, di pag. 140, con 49 inc. nel testo . . . . . 2 —

Metalli preziosi. Argento, oro, platino, di A. LINONE, di p. XI-315 . . . . . 3 —

Metallocromia. Colorazione e decorazione dei metalli, di I. GHERSI, 2ª ediz., di pag. XVI-317 . . . 3 50

Metallografia applicata ai prodotti siderurgici, di U. SAVOIA, di p. XVI-205 e 94 fig. . . . 4 50

Metallurgia — vedi: Acciai - Coltivazione delle miniere - Fonditore - Lavorazione metalli - Leghe metalliche - Meccanica industriale - Metallografia - Ricettario dell'elettricista - Ricett. di metallurgia - Saldature - Siderurgia - Tecnologie pei giovani - Tempera e cementazione - Zinco.

Metallurgia dell'oro, di E. CORTESE, di p. XV-262 e 35 inc. . . . . 3 —

Meteorologia agricola, di G. COSTANZO e C. NEGRO, di p. VIII-208 e 27 inc. 2 50

Meteorologia generale, di L. DE MARCHI, 2ª ediz., di p. XVI-225 con 13 fig. e 6 tav. 1 50

Metrica dei greci e dei romani, di L. MÜLLER, 2ª ediz. ital. di G. Clerico, di p. XVI-186 . . . 1 50

Metrologia universale e codice metrico internazionale, di A. TACCHINI, di p. XX-482 . 8 —

Mezzeria pratica, di A. RABBENO (Esaurito).

Microbiologia. Malattie infettive, di L. PIZZINI, di p. VIII-142 . . . . . 2 —

Microscopia — vedi: Anatomia microscopica - Animali parassiti - Batteriologia - Chimica clinica - Microscopio - Protistologia - Tecnica protistologica.

	L	C
Microscopio (II), di C. ACQUA, 2ª ediz., di p. XII-230	2	—
Militaria — vedi: Armi antiche - Arte militare - Codice cavalleresco - Duellante - Scherma - Tattica - Telemetria - Tiro a segno - Ufficiale esercito.		
Mineralogia descrittiva, di L. BOMBICCI, 3ª ediz. a cura di P. Vinassa De Regny, di p. IV-330, con 138 fig.	3	—
Mineralogia generale, di L. BOMBICCI. 3ª ediz. a cura di P. Vinassa De Regny, di p. XVI-210, con 193 fig. e 2 tav. (in ristampa).		
Minerali (I), per E. ARTINI, di pag. XVI-422, con 40 tav. e 132 incisioni	12	—
Miniere (Coltivazione delle), di S. BERTOLIO. 3ª ediz., di pag. VIII-371, con 112 incisioni	4	50
Minimi quadrati. Formole, Esercizi e Applicazione alla Topografia, di P. FANTASIA, di pag. XVI-339, con 107 esercizi	4	—
Misuratori elettrici (Frodi nei), di M. LANFRANCO, di p. XI-277, con 27 inc. e 39 tavole	5	50
Mitologia classica illustrata, di F. RAMORINO, 5ª ediz. di p. X-356 e 91 fig. (in ristampa).		
Mitologia (Dizionario di), di F. RAMORINO (in lavoro).		
Mitologia greca, in due vol. I. Divinità. II. Eroi, di A. FORESTI (2ª ediz. in lav.)		
Mitologia tedesca, di R. MINUTTI, di p. XX-348	3	—
Mitologie orientali, di D. BASSI. I. Mitologia Babilonese, Assira, di p. XVI-219	3	—
Modellatore meccanico, falegname, ebanista, di V. GOFFI. 2ª ediz. di p. XVII-435	5	50
Molini. Industria. Costruzioni ecc. di C. SIBER MILLOT, 3ª ediz. rifatta da C. MALAVASI, di pag 425, con 226 figure e dieci tavole	7	50
Momenti d'inerzia e loro applicazioni, di E. GIORLI, di pag. VIII-166 con 148 figure	2	50
Moneta e falsa monetazione, di U. MANNUCCI, di p. XI-271	3	—
Monete, pesi e misure inglesi, di I. GHERSI, di p. XII-196, 46 tabelle di conti fatti (in ristampa).		
Monete greche, di S. AMBROSOLI. 2ª ediz. rifatta da S. RICCI, di pag. XXV-609 con 670 inc., 2 tav. e 4 carte	9	50
Monete papali moderne di S. AMBROSOLI, di pagine XII-131 e 200 inc.	2	50
Monete romane, di F. GNECCHI, 3ª ediz. di p. XVI-418, con 203 fig. e 25 tav. (in ristampa).		
Monete romane. I tipi monetari di Roma Imperiale, di F. GNECCHI, di p. VIII-119 e 28 tav.	6	50
Monogrammi, di A. SEVERI, 73 tavole a serie di due e di tre cifre (esaurito).		
Monogrammi moderni, di A. SORESINA, in 35 tav.	3	—
Morfologia greca, di V. BETTEI, di p. XX-376	3	—
Morfologia italiana, di E. GORRA, di p. VI-142	1	50
Morte vera e morte apparente, di F. DELL'ACQUA, di p. VIII-136	2	—
Mosche - Vedi Insetti della casa.		

Digitized by Google

L. C.

Mosti dei vini e degli spiriti. Densità ecc., di E. De Cillis, di p. XVI-280 . . . . . 2 —

Mosto (Dal) **al vino.** Fermentazione alcoolica, di S. Cettolini di p. XII-490, con 62 inc. 5 50

Motociclista tourista e militare. *Side-cars e Motorettes*, di F. Borrino, 4ª ediz., di pag 658, con 492 illustrazioni . . . . . 14 —

Motori Diesel — vedi Motori a olio pesante.

Motori a gaz, di V. Calzavara (2ª ediz. riveduta, di pag. XXXVI-423 con 160 incisioni 5 50

Motori a olio pesante, a pressione ed a forza viva, di E. Garuffa, di pag. VIII-493, con 363 incisioni . 6 50

Motori a scoppio, di E. Garuffa, 4ª ediz., di pagine 790 con 843 incisioni 12 50

Motrici ad esplosione, a gaz povero, ad olii pesanti, a petrolio, per aviazione, Diesel, di F. Laurenti, 3ª ed. ampliata di p. 598, con 355 inc. 8 50

Municipalizzazione dei servizi pubblici, di C. Mezzanotte, di p. XX-324 . . . . . 3 —

Muratore (Il), di I. Andreani, 2ª ed. di p. 280 e 235 fig. 3 —

Musica. Espressione e interpretazione, di G. Magrini, di p. VIII-119 e 228 fig. . . . . 2 —

Musica (Manuale teorico pratico della), per le famiglie e le scuole di G. Magrini, 2ª ediz. di pag. 615 . . 6 50

Musica — vedi anche ai singoli titoli: Acustica musicale - Armonia - Arte e tecnica del canto - Ballo - Canto - Chitarra - Contrappunto - Mandolinista - Musica - Pianista - Psicologia musicale - Ritmica - Semiografia musicale - Storia della musica - Strumentazione - Strumenti ad arco - Violoncello - Violino.

Napoleone I., di L. Cappelletti. 3ª ed. di p. 306 . 4 —

Naturalista preparatore (Imbalsamatore), di R. Gestro, 5ª ediz., di p. XVI-214 e 52 fig. 3 50

Naturalista viaggiatore, di A. Issel e R. Gestro, di p. VIII-144 e 38 inc. (esaurito).

Nautica — vedi: Astronomia nautica - Attrezzatura navale - Avarie e sinistri marittimi - Bandiere - Canotaggio - Codice di marina - Costruttore navale - Doveri macchinista navale - Filonauta - Flotte moderne - Ingegnere navale - Lavori maritt. - Macch. navale - Nautica stimata - Nave.

Nautica stimata o navigazione piana, di F. Tami, di p. XXXII-179 e 47 fig. 2 50

Nave (La) **moderna da battaglia,** di G. Almagià, di pag. VIII-237, con 60 figure e tavole . . 4 —

Nave (La) **in ferro,** di E. Giorli di pag. VIII-413, con 497 illustrazioni 3 50

Nave (La) **subacquea.** - Sottomarini e sommergibili di E. Campagna, di pag. 358, con 108 inc. e 8 tavole 5 50

Navigazione aerea (Aviazione), di A. De Maria, di p. XVI-338 e 103 fig. (in ristampa).

Nevrastenia, di L. Cappelletti di p. XX-490 (esaur.)

Notaio (Man. del), di A. Garetti, 9ª ediz. interamente rifatta, ampliata e messa al corrente con le nuovissime disposizioni di legge per cura dell'avv. G. V. Biancotti, di pag. XX-904 . . . . . 11 50

Digitized by Google

L. c

Numismatica. Atlante numismatico italiano, di S. AMBROSOLI, di p. XVI-428 e 1746 inc. . . 10 50

Numismatica (Manuale di), di S. AMBROSOLI, 5ª ediz., rifatta di F. GNECCHI, di pag. 248, con 40 tav. eliotipiche 7 50

Numismatica — vedi anche ai singoli titoli: Atene - Guida numismatica - Monete greche, papali, romane - Vocabol. numismatico.

Nuoto (Il). L'arte di nuotar bene, di A. BERETTA, di pag. XII-278, con 109 incisioni 3 50

Nutrizione del bambino, di L. COLOMBO, di p. XX-228 e 12 inc. 2 50

Oculistica (Manuale di), per Medici e Studenti, di D. BRUNO, di pag. XII-288, con 29 incisioni. . . . 4 50

Occultismo, di N. LICÒ, di p XVI-328 (in ristampa).

Occultismo — vedi anche ai singoli titoli: Chiromanzia - Dizionario di scienze occulte - Magnetismo - Spiritismo - Telepatia.

Oceanografia, di G. MAGRINI (in lavoro).

Oftalmojatria veterinaria, di P. NEGRI e V. RICCIARELLI, di p. XVI-279, con 87 ill. e 15 tavole . 3 50

Olii vegetali. Piante erbacee a seme oleoso, di G. DEL NERO, di p. XV-313 e 41 inc. 3 50

Olii e grassi vegetali, animali e minerali, di G. Fabris, di pag. 546, con 23 inc. . . . . 7 —

Olivicoltura e industria dell'olio d'oliva, di F. R. SIMARI, di pag. XIX-465, con 146 incisioni . . 4 50

Omero, di W. GLADSTONE, trad. di R. Palumbo e C. Fiorilli (esaurito).

Operaio Manuale dell'), di G. BELLUOMINI, 8ª ediz., riveduta da I. GHERSI di p. 314 con 33 inc. . . . 2 50

Operaio elettrotecnico, di G. MARCHI, 6ª ediz., ampliata, di p. XII-682 con 423 incisioni 7 50

Operaio (L') **meccanico al macchinario moderno d'officina**, di G. CHIOVATO, curata da C. ARPESANI, di pag. VIII-333 (in ristampa).

Orchidee, di A. PUCCI, di p. VI-303, e 95 inc. . . . 3 —

Ordinamenti degli Stati liberi d'Europa, di F. RACIOPPI, 2ª ediz., di p. XII-316 . . . . . 3 —

Ordinamento degli Stati liberi fuori d'Europa, di F. RACIOPPI, di p. VIII-376 . . . . . 3 —

Orefice (Man. per l'). di E. BOSELLI, 3ª ediz. rifatta da A. LINONE, di pag. 436, con 370 figure 7 50

Oreficeria floreale (Modelli), di A. MYLIUS, 50 tavole e testo . . . . . 3 —

Organista (Man. dell'), di C. LOCHER e pref. di E. Bossi, di p. XIV-187 . . . . . 2 50

Organoterapia, di E. REBUSCHINI, di p. VIII-432 . 3 50

Ornamenti sulle stoffe (L'arte di disporre gli), di E. CASARTELLI, di p. XI-37, 38 tav. e 170 disegni . 3 50

Ornatista (Man. dell'), di A. MELANI, 2ª ediz., XXVIII tav. e testo 4 50

Ornitologia italiana, di E. ARRIGONI DEGLI ODDI, di p. 907, 36 tav. e 401 fig. . . . . 18 —

Orologeria moderna, di E. GARUFFA, 2ª ediz., di p. VIII-384 e 366 fig. 5 50

Digitized by Google

L. C.

Orticoltura, di D. TAMARO, 5ª ediz. rifatta, di pag. 630, con 237 inc. (in ristampa).

Ortoepia e ortografia italiana moderna, di G. MALAGOLI, 2ª ediz. riveduta, di pag. XX-294 . . 3 —

Ortofrenia. Educazione dei fanciulli, di P. PARISE, di p. XII-231 . . . . . 2 —

Ortopedia — vedi: Membra artificiali.

Ospedali — vedi: Igiene ospedaliera.

Ostetricia. Ginecologia minore, di L. M. BOSSI 2ª ediz. curata da V. DE BLASI, di pag. XV-497 con 127 figure . . . . . 6 —

Ostricoltura e mitilicoltura, di D. CARAZZI, di p. VIII-302 . . . . . 2 50

Ottica, di E. GELCICH, di p. XVI-576 e 261 fig. . . . 6 —

Ottica (L') di Euclide di G. OVIO, di p. 435, c. 260 inc. 7 50

Paga giornaliera (Prontuario della), da L. 0,50 a L. 10, di C. CARREGARO-NEGRIN. 2ª ediz., di p. X-463. 6 50

Paleoetnologia, di G. PINZA (in sostituzione del Manuale di REGAZZONI, in corso di stampa).

Paleografia greca e latina, di E. A. THOMPSON, trad. di G. Fumagalli, 3ª ediz., di p. XII-208, con 38 inc. e 8 tavole . . . . . 4 —

Paleontologia, di P. VINASSA DE REGNY, di p. XVII 512, con 356 fig. 5 50

Pane e panificazione, di G. ERCOLANI, di p. VIII-261, con 61 inc. e 4 tav. (in ristampa).

Parrucchiere (Manuale del), di A. LIBERATI, di p. XII-219 e 88 inc. 2 50

Pasticciere e confettiere moderno, di G. CIOCCA, 2ª ediz., di pag. LXXII-470, con 136 illustrazioni e 36 tavole in cromo 10 50

Pastificio (Industria del), di R. ROVETTA, di p. XVI-240, 107 inc. e 4 tav. . . . . 3 —

Patate. Coltura e usi, di N. ADUCCI pag. 245 e 20 fig. . 2 50

Patologia degli infortuni sul lavoro in rapporto alla assicurazione, di T. CASAROTTI, pag. XV-642 6 —

Pedagogia (Storia della), di A. MORGANA, con prefazione di A. STRATICÒ, di pag. XIX-553 . . . . 5 —

Pedagogia (Elementi di), di G. VIDARI.

Vol. I. I dati della pedagogia, di pag. 412 . . . 4 50

Vol. II. La teoria dell'educazione, di pag. 498. . 7 50

Vol. III. La Didattica (in corso di stampa).

Pellagra. Storia, patogenesi, ecc., di G. ANTONINI, di p. VIII-166 e tav. . . . . 2 —

Perito meccanico (Il) nello studio di macch. idrovere, idrauliche, pneumofore, impianti industriali, ecc., di S. Dinaro, di pag. VIII-252 . . . . . 2 —

Pescatore (Man. del), di L. MANETTI (in ristampa).

Peso dei metalli, a U, a Y, a Z, a T e a doppio T, di G. BELLUOMINI, 2ª ediz., di pag. XXIV-248 (in ristampa).

Pianista (Il). Pensieri, giudizi e consigli sullo studio del pianoforte di V. RICCI, di pag. 263 . . . . 2 50

Piante aromatiche e medicinali (Coltivaz. delle) di C. CRAVERI, di pag. XXIX-307, con 71 incisioni . 8 50

Piante e fiori sulle finestre, nei cortili, ecc. di A. Pucci, 3ª ediz. di p. VIII-214 e 107 fig. . . . 2 50

	L. c
Piante erbacee a seme oleoso, di G. DEL NERO, di p. XV-313 e 51 fig.	3 50
Piante industriali, A. ALOI, 3ª ed., p. XI-274, 64 inc.	2 50
Piante tessili, di M. A. SAVORGNAN D'OSOPPO, di p. XII-476 e 72 inc. (esaurito).	
Pietre preziose, di U. MANNUCCI, di p. XVI-308, 28 inc. e 14 tav.	6 50
Pila elettrica (La), di A. ASTOLFONI, di p. XV-297, con 105 incis.	3 —
Pino da pinoli, di L. BIONDI e E. RIGHINI, p. XII-142	2 50
Pirotecnia moderna, di F. DI MAJO, 3ª ediz. riv. e ampliata da G. FIORINI, di pag. 198, con 130 inc.	2 50
Piscicultura pratica del Prof. F. SUPINO di p. VIII-327, con 79 incisioni e 14 tavole	5 50
— vedi: Idrobiologia applicata.	
Pittura. Fiori all'acquarello, ad olio ed a guazzo sulle stoffe, di G. RONCHETTI, di p. VIII-167, e 11 tav.	4 —
Pittura pei dilettanti, ad olio, acquarello e miniatura, G. RONCHETTI, 5ª ed., p. XVI-405, (in ristampa)	
Pittura italiana antica e moderna, di A. MELANI, 3ª ediz., di p. XVIII-527 e 164 tav.	12 —
Pittura murale. Affresco, tempera, ecc., di G. RONCHETTI, di p. XV-358	4 —
Pittura — vedi anche: Anatomia pittorica - Colori e vernici - Composizione delle tinte - Decorazione - Disegno - Luce e colori - Ristauratore dipinti - Scenografia - Storia dell'arte.	
Planetologia di E. CORTESE, di pag. VIII-387 con 12 figure e 2 tavole	3 —
Pneumonite crupale e sua cura, di A. SERAFINI, di p. XVI-222	2 50
Poliedri, curve e superfici, secondo i metodi della Geometria descrittiva, di G. LORIA, di p. XVI-231	3 —
Poligonazione tacheometrica di A. BARBIERI, di pag. XVI-246	2 50
Polizia giudiziaria, ad uso dei Periti e Magistrati di L. TOMELLINI, di p. XX-352 e 161 inc.	5 —
Polizia sanitaria degli animali, di A. MINARDI, di p. VIII-333 e 7 fig.	3 —
Polli — vedi: Malattie dei polli - Avicoltura.	
Pollicoltura, di G. TREVISANI, 10ª ediz.. con appendice sull' "Allevamento industriale dell'anatra", di pag. 347, con 111 incisioni	7 50
Pomodoro. Coltivazione - Industria, ecc., di R. ROVETTA, di pag. 295, con 90 figure	4 —
Pomologia, G. MOLON, p. XXXII-717 86 inc. e 12 tav.	10 50
Pomologia artificiale, di M. DEL LUPO, di p. VI-132 e 34 inc.	2 —
Pompiere moderno. Manuale del vigile del fuoco, di P. COGOLI e R. RAMPINI, di p. 500, con 14 tav. e 526 fig.	7 50
Porco (Il), Razze, allev., ecc., di F. FARELLI, di p. XIX-461, con 100 fig. e 5 tavole	6 —
Posologia dei rimedi più usati nella terapia infantile, di A. CONELLI, di p. VIII-186	2 —
Posta. Manuale postale di A. PALOMBI, di p. XXX-308	3 —
Prati (I). Prati naturali, artificiali, pascoli, ecc., di E. MARCHETTANO, di p. VIII-392 e 162 inc.	4 —

L. C.

Presalpi bergamasche. Valsassina, Valtellina e Valcamonica, di A. STOPPANI e A. TARAMELLI, 3ª ediz. di p. 290, 15 tav. e 3 carte. 2 vol. in busta . . 6 50

Privative governative, Uffici di vendita e loro funzionamento. Rivendite, di I. GUASTALLA, p. XIX-406 3 50

Privative industriali — vedi: Codici e leggi Vol. IV (p. 14).

Processi fotomeccanici moderni, di R. NAMIAS, 2ª ediz., di pag. XI-321, con 76 figure e 12 tav. 4 —

Prodotti agricoli del tropico, di A. GASLINI, di p. XVI-270 (in ristampa).

Prodotti ceramici. Majoliche, porcellane, grès, di G. MADERNA, di p. XII-345 e 92 fig. 4 50

Prodotti chimici organici usati come medicamenti (Fabb. del) di C. CRAVERI. Prepar. caratt, reazioni, usi, dosi di 1600 prod Pag. VIII-730 con 27 inc.

Prodotti e procedimenti nuovi nelle industrie (succedanei, surrogati, ecc.) di I. GHERSI, di pag. 986, con 148 inc. 11 50

Produzione e commercio del vino in Italia, di S. MONDINI, di p. VII-303 . . . . . 2 50

Profilassi e disinfezione per uso del R. Esercito del Cap. Medico V CHIODI, di pag. XII-196 con 32 inc. 4 50

Profumiere (Man. del), di A. ROSSI, 2ª ed., p. XXIV-650 8 —

Progettista moderno di costruzioni architettoniche, di I. ANDREANI, 3ª ediz. ampliata di pag. XV-559, con 196 inc. e 67 tavole 9 50

Proiezioni fisse e cinematografo, di L. SASSI, di p. XVI-484, con 308 fig. . . . . 5 —

Prontuario del forestale. (Suolo, Selvicoltura, Rimboschimento, ecc.), di E. FERRARI, di pag. 460 con 59 tavole fuori testo 9 50

Prontuario tecnico legislativo, di G. VIVARELLI, di p. 300, con 131 inc. . . . . 3 —

Proprietario di case e opifici, di G. GIORDANI, di p. XX-264 . . . . . 1 50

Prospettiva, di C. CLAUDI, 3ª ed., p. XII-76 e 33 tav. 2 50

Prospettiva per gli scultori, il Bassorilievo, di A. NOELLI, di pag. XII-78, con 53 disegni . . . 2 50

Protezione degli animali, di N. LICÒ, di p. VIII-200 2 —

Protistologia, di L. MAGGI, 2ª ed., di p. 294 e 93 inc. 3 —

Proverbi e modi proverbiali italiani, di G. FRANCESCHI, di p. XIX-380 . . . . . 3 —

Proverbi sul cavallo, di C. VOLPINI, di p. XIX-172 2 50

Psichiatria. Confini, cause e fenomeni della pazzia, di J. FINZI, di p. VIII-225 (esaurito).

Psicologia, di C. CANTONI, 2ª ediz. (esaurito).

Psicologia fisiologica, di G. MANTOVANI, 2ª ediz., di p. XII-175 e 16 inc. . . . . 3 —

Psicologia musicale, di M. PILO, (esaurito).

Psicopatologia legale, di L. MONGERI, di p. XX-421 4 50

Psicoterapia, di G. PORTIGLIOTTI, p. XII-318 e22 inc. 4 —

Pugilato e lotta libera per difesa personale, di A. COUGNET, 2ª ed., p. XXXV-396 e 222 inc. 5 50

Raccoglitore di oggetti minuti e curiosi, di J. GELLI, di p. X-344 e 310 inc. 5 50

Rachitide e deformità da essa prodotte, di P. MANCINI, di p. XXVIII-300 e 116 fig. . . . 4 —

Biblioteca Casini

L. C.

Radioattività, di G. A. Blanc, pref. di A. Sella e Append. di G. D'Ormea, di p. VIII-266 e 72 inc. . . 3 —

Raggi Rontgen e loro pratiche applicazioni, di I. Tonta, di p. VIII-160 (esaurito). — vedi: Röutgen tecnica.

Ragioneria, di V. Gitti, 6ª ediz., di p. VIII-115 . 1 50

Ragioneria delle cooperative di consumo, di G. Rota, (esaurito).

Ragioneria domestica, di A. Masetti. 2ª ediz. di pag. XII-186 . . . . . 1 50

Ragioneria industriale, di O. Bergamaschi, 3ª ediz. a cura di A. Masetti, di p. VIII-404 . . . 5 —

Ragioneria pubblica, di A. Masetti, di p. XV-293 3 —

Ragioniere (Prontuario del), di E. Gagliardi. 2ª ed. rifatta ed aumentata, di pag. XII-603 . . . . 6 50

Razze bovine, equine, suine, ovine e caprine, di F. Faelli 2ª ediz. ampliata di pag. XXXIII 512 con 197 tav. 12 50

Reattivi e reazioni di E. Tognoli, di pag. 289. . 3 50

Regolo calcolatore e applicazioni nelle operazioni topografiche, di G. Pozzi, 2ª ediz., di p. XVI-303 e 150 fig. . . . . 3 —

Religione — v. Bibbia - Corano - Imit. Cristo - S. Giov. - San Paolo - Vangelo - Vita di Gesù - Vita di Maria.

Religioni primitive (L'idea di Dio nelle) di F. Jevons e di U. Pestalozza, di pag. XVI-178 . . 2 —

Religioni e lingua dell'India inglese, di R. Cust, trad. di A. De Gubernatis, di p. IV-124 . . 1 50

Residui agricoli, Utilizzazioni, ricuperi, di C. Formenti, di pag. 620, con 139 inc. . . . . 5 —

Residui industriali. Utilizzazioni Ricuperi, di C. Formenti, di p. XX-376 . . . . . 4 50

Resistenza dei materiali e stabilità delle costruzioni, di G. Sandrinelli, 3ª ediz., di p. XVIII-495 e 274 inc. 5 50

Resistenza e pesi di travi metalliche composte, di E. Schenck, 2ª ediz. (in corso di stampa).

Restauratore dei dipinti (Il) di G. Secco Suardo 3ª ed. con una introd. allo studio del restauro di G. Previati e considerazioni sul restauro moderno del Prof. L. De Jasienski, di pag. XVI-574, con 47 figure . 12 —

Retorica, ad uso delle scuole, di F. Capello, di p. VI-122 . . . . . 1 50

Rettili d'Italia, di C. Vandoni, di pag. 288 e 55 fig. 3 50

Ricami - v. Biancheria - Lavori femm. - Macch. da cucire - Monogrammi - Piccole ind. - Ricett. domest. - Trine.

Ricchezza mobile (L'imposta sui redditi di), di E. Bruni, di pag. 240 . . . . . 1 50

Ricettario domestico, di I. Ghersi 6ª ediz., con 7192 ricette, di pag. 1299 e 172 inc. 16 50

Ricettario dell'elettricista, Ghersi, p. VIII-585 con oltre 2000 ricette e provvedimenti pratici e 43 inc. 6 —

Ricettario fotografico di L. Sassi, 5ª ediz., di pag. XXXII-362 . . . . . 3 50

Ricettario industriale, di I. Ghersi, 7ª ediz., rimo-

Digitized by Google

L. C.

dernata ed accresciuta con 64 figure comprendente 9253 procedimenti utili nelle grandi e piccole industrie nelle arti e nei mestieri . . . . . 24 —

Ricettario pratico per le industrie tessili e affini, di O. GIUDICI, di p. VIII-270 . . . . . 3 50

Ricettario pratico di metallurgia, di G. BELLUOMINI, di p. XII-328 (in ristampa)

Rimedi. L'arte di prescriverli e di applicarli, di G. MALACRIDA, di p. 400 . . . . . 3 50

Rimedi — vedi: Specialità medicinali.

Riscaldamento, ventilazione e impianti di motori, di C. RUMOR e H. STROMENGER, di p. XVI-270 e 115 fig. 5 50

Riscaldamento elettrico. — V. Elettricità sorg. di calore.

Risorgimento italiano 1814-1871, di F. QUINTAVALLE, di pag. XVI-528 . . . . . 4 —

Ristoratore dei dipinti. — Vedi Ristauratore.

Ritmica e metrica razionale italiana, di R. MURARI, 3ª ediz. di p. XV-230 (in ristampa).

Ritmica musicale, di A. TACCHINARDI, di p. XVI-254 3 —

Rivoluzione francese 1789-1799, di G. P. SOLERIO, (2ª ediz., in lavoro).

Roma antica — vedi: Antichità priv. - Antichità pubbliche - Archeologia - Epigrafia - Mitologia - Monete ovine (Le) del Palatino - Topografia - Mitologia.

Rontgen tecnica (I fondamenti della), di J. SCHINCAGLIA, di pag. XII-263, con 118 incisioni e 46 tavole. 5 50

Röntgen — vedi: Raggi di - Elettricità medica - Luce e salute - Radioattività.

Rose. Storia, coltivazione, varietà, di G. GIRARDI, di p. XVIII-284, 96 ill. e 8 tav. 3 50

Rovine del Palatino, di C. CANCOGNI, con pref. di R. Lanciani, di p. XV-178. 44 tav. e una pianta . . 3 50

Saggiatore (Man. del), di F. BUTTARI, di p. VIII-245 2 50

Saldature autogene dei metalli, di S. RAGNO 2ª ediz., di pag. VI-129, con 18 inc. . . . . 3 —

Sale e saline, di A. DE GASPARIS, di p. VIII-358 e 24 fig. 4 50

Salsamentario, di L. MANETTI. di p. 224 e 76 inc. . 2 —

San Giovanni, il Discepolo che Gesu amava, di G. M. ZAMPINI, di pag. XII-314 . . . . . 4 50

San Paolo, Epistole, di G. M. ZAMPINI, di pag. XVI-406 5 —

Sanscrito (Studio del), F. G. FUMI, 3ª ediz. p. XVI-343 4 —

Saponi (L'industria dei), di V. SCANSETTI, con prefazione di E. MOLINARI, 2ª ediz. di pag. 574, con 131 inc. 8 50

Saponi da toeletta, di C. FRANCHI, di pag. XV-467 con 59 incisioni . . . . . 7 —

Sarto tagliatore italiano (Il), di G. PETERLONGO, di p. XII-232 e 47 tav. (in ristampa).

Scacchi (Giuoco degli), di A. SEGHIERI, 4ª ediz., a cura di E. MILIANI, di pag. VIII-550 (in ristampa)

Scenografia, G. FERRARI. p. XXIV-327, 16 inc. e 160 tav. 12 —

Scherma italiana, J. GELLI. Terza edizione riveduta di pag. 250 con 108 inc. . . . . 3 —

Scienza attuariale (Nozioni di). Matematica delle assicurazioni, di G. MINUTILLI, di pag. XIII-329 . . 4 —

Scienze (Le) **esatte nell'antica Grecia**, di G. LORIA, 2ª ediz., di pag. XXIV-974 . . . . . 9 50

L. C

Scienze giuridiche ed economiche in conformità dei progr. minist. ad uso degli Istit. tecnici, Licei moderni e Scuole di Comm. (Encicl. giurid. - Diritto civile - Diritto comm. e maritt. - Diritto penale - Proced. giudiz. - Diritto costituz. - Diritto ammin. - Economia politica - Politica comm. - Scienza della finanza - Statistica) di G. TRESPIOLI di p. XXIV-574, con 18 tav. col. 12 50

Scienze occulte (Dizionario di), di A. PAPPALARDO, di p. VIII-338 . . . . . 3 —

Scienze occulte — vedi: Chiromanzia - Fisionomia - Grafologia - Magn. - Occultismo - Spirit. - Telepatia.

Scoutismo. Nozioni pratiche ad uso dei giovani esploratori ital., di F. ROMAGNOLI, di p. 598, c. 132 inc. 51 tav. 7 —

Scrittura a macchina — vedi Dattilografia.

Scrittura doppia americana, di C. BELLINI, 2ª ediz. accresciuta, di pag. XII-154 e 4 tabelle . . 2 —

Scritture d'affari, di D. MAFFIOLI, 5ª ed., p. VIII-221 1 50

Scultura italiana antica e moderna, di A. MELANI, 3ª ediz., di pag. XXXII-692, 170 tavole e 40 fig. 12 —

Segnalazioni maritt. — vedi: Attrezz. navale - Bandiere

Selfacting o filatojo intermittente, di L. TONELLI, di p. VIII-159 e 41 inc. 2 50

Selvicoltura, estimo e economia forestale, di A. SANTILLI, 2ª ediz. di p. XII-292 e 54 inc. . . . . 3 —

Selvicoltura — vedi: Boschi e pascoli - Consorzi di difesa del suolo - Coltura montana - Pino da pinoli - Prontuario del forestale.

Semejotica. Esame degli infermi, di U. GABBI, 2ª ediz., di pag. XVI-216 e 11 inc. 4 50

Semiografia musicale, di G. GASPERINI, p. VIII-317 3 50

Seta (Industria della), di L. GABBA, 2ª ediz. (esaurito).

Seta — vedi ai singoli titoli: Bachi da seta - Filatura e torcitura - Gelsicoltura - Tessitore - Tessitura - Tintura - Ricettari domestico e industriale.

Seta artificiale, di G. B. BACCIONI, di p. VIII-221 . 3 50

Sfere cosmografiche e geografia matematica, di L. A. ANDREINI, di p. XXIX-326 e 12 inc. . 3

Shakespeare, di DOWDEN, Balzani, di p. XII-242 . 1 50

Siderurgia, di E. ZOPPETTI e E. GARUFFA, (in ristampa).

Siderurgia — vedi: Chimico siderurgico.

Sieroterapia, di E. REBUSCHINI, di p. VIII-424 . . 3 —

Sifilide (Patol. e terap. della) di A. PASINI, di p. VI-151 2 —

Sinonimi latini, di D. FAVA, di p. LXIV-114. 1 50

Sintassi francese razionale pratica, di D RODARI, di p. XVI-206 . . . . . 1 50

Sintassi greca, di V. QUARANTA di p. XVIII-175 . 1 50

Sintassi latina, di T. G. PERASSI, 2ª ediz., di p. VII-168 1 50

Sismologia, di L. GATTA, di p. VIII-175 e 16 inc. 1 50

Sismologia moderna, di G. B. ALFANO, di p. XII-357 4 —

Smacchiatura industriale e casalinga di abiti, ecc., di G. TISCORNIA, di pag. XII-219 con 13 fig. 2 50

Smalto (Industria dello), di E. VERMA, di p. 246 e 30 inc. 3 —

Sistemazione dei torrenti e dei bacini montani, di C. VALENTINI, p. XII-298, 165 inc. e 46 tav.

Soccorsi d'urgenza, di C. CALLIANO, 9ª ediz. ampliata rispetto ai feriti in guerra, a cura del Dott. B. Anglesio, di pag. LII-439, con 135 inc. 4 50

L. C.

Socialismo, di G. BIRAGHI, di p. XV-235 (in ristampa)
Società industriali per azioni di F. PICCINELLI, di p. XXXVI-534 (esaurito).
Società di mutuo soccorso. Pensioni - sussidi, di G. GARDENGHI, di p. VI-152 . . . . . 1 50
Sociologia generale, di E. MORSELLI, (esaurito).
Soda caustica, cloro e clorati alcalini per elettrolisi, di P. VILLANI, di p. VIII-314 . . 3 50
Somalo (Elementi di) vedi Gramm. somala.
Sordo-muto e sua istruzione, di P. FORNARI, di p. VIII-232 e 11 inc. . . . . 2 —
Sottomarini — vedi: Nave subacquea.
Sovratensioni negli impianti elettrici. Cause, effetti e protezioni, E. PIAZZOLI, pag. XVI-401 e 125 fig. 7 —
Specchi (Fabbricazione degli) **e la decorazione del vetro e del cristallo**, di R. NAMIAS, 2ª ediz. riatta, di pag. XII-195 con 26 incisioni e 11 tavole . 3 50
Specialità medicinali (Formulario delle) di C. CRAVERI, di pagine XX-524 . . . . . 4 50
Speleologia, Studio delle caverne, C. CASELLI, p. XII-163 1 50
Spettrofotometria applicata, di G. GALLERANI, di p. XIX-395, 92 inc. e 3 tav. 3 50
Spettroscopio e sue applicazioni, di R. A. PROCTOR, trad. di F. Porro, di p. VI-179 e 71 inc. . 1 50
Spiritismo, A. PAPPALARDO, 5ª ediz. aumentata, di pagine XVI-290. con 10 illustrazioni 3 50
Sports invernali. Pattinaggio, slitta, ecc., di N. SALVANESCHI, di p. XV-171 e 100 ill. . . . . 3 —
Stampaggio a caldo e bullonería, di G. SCANFERLA, di p. VIII-160 e 62 inc. . . . . 2 —
Stati del mondo (Gli), G. GAROLLO. Notiziario statist. 1 —
Statistica, di F. VIRGILII, 7ª ediz. di pag. XII-227 . 3 —
Statmografia, di G. ROSSI, di pag. XII-214 . . . 3 —
Stearineria — vedi: Candele.
Stenografia, di G. GIORGETTI, 4ª ediz., di p. YV-239 3 —
Stenografia (Guida allo studio della), di A. NICOLETTI, 11ª ediz., riveduta da D. NICOLETTI, pag. 183 3 —
Stenografia (Esercizi di lettura e scrittura), di A. NICOLETTI. 6ª ediz. di p. VIII-160 . . . . . 1 50
Stenografia. Antologia sten. di E. MOLINA, di p. 200 2 —
Stenografia. Dizionario etimologico stenografico, di E. MOLINA, di p. XVI-624 . . . . . 7 50
Stenografia. L'abbreviazione logica nella stenografia, di D. NICOLETTI, di pag. VIII-123 . . . . . 3 —
Stenografo pratico, di L. CRISTOFOLI, di p. XII-131 1 50
Stereometria. Sviluppo dei solidi e loro costruzione in carta, di A. RIVELLI, di p. 90, con 92 inc. e 41 tav. 3 —
Stili architettonici (Gli), di B. CANELLA, 2ª edizione di pag 160, con 114 illustrazioni e 64 tavole . . . 9 50
— Vedi Arte (L') di distinguere gli Stili.
Stilistica, di F. CAPELLO, di p. XII-164 (esaurito).
Stilistica latina, di A. BARTOLI, di p. XII-210 . 1 50
Stime forestali, Conteggio, misurazione e cubazioni dei legnami in bosco, abbattuti e lavorati di O. FOGLI, di pag. 136 con numerose tabelle e incisioni . 10 —
Stime di lavori edili, di L. ANDREANI, di pag. 339 . 4 50

L. c.

Storia antica, di I. GENTILE e G. TONIAZZO, in 2 vol.
I. L'Oriente antico, (esaurito).
II. La Grecia, di p. IV-216 . . . 1 50

Storia dell'arte, di G. CAROTTI.
Vol. I. L'Arte nell'Evo-antico, di pag. LV-413 (esaurito).
Vol. II. L'Arte nel Medio-evo:
Parte I. - Arte cristiana, di pag. VIII-421 e 360 incis. 8 —
Parte II. - L'arte regionale italiana nel medio-evo, di pag. 667 con 553 incisioni 12 50
Parte III. - L'Apogeo dell'arte italiana nel medio-evo, di pag. 581 a 1390, con 591 incisioni . . . 15 —
Vol. III. L'Arte nel rinascimento (in lavoro).
Vol. IV. L'Arte dell'Evo-moderno (in lavoro).

Storia dell'arte militare, di V. ROSSETTO, di p. VIII-504 e 17 tav. 5 50

Storia e cronologia medioevale e moderna, di V. CASAGRANDI, 3ª ediz. di p. VIII-254 . . . 1 50

Storia d'Europa, di E. T. FREEMANN, trad. di A. GALANTE, di p. XII-472 . . . . . 3 —

Storia di Francia, di G. BRAGAGNOLO, di p. XVI-424 3 —

Storia d'Inghilterra, G. BRAGAGNOLO, p. XVI-367 3 —

Storia d'Italia, di P. ORSI, 5ª ediz., continuata fino al 1915, di pag. XIII-295 . . . . . 3 —

Storia — vedi: Antichità - Archeologia - Argentina - Astronomia nell'antico testamento - Atene - Commercio - Cristoforo Colombo - Cronologia - Dizionario biografico - Etnografia - Islamismo - Leggende - Manzoni - Mitologia - Monete - Numismatica - Omero - Risorgimento - Rivoluzione francese - Shakespeare - Topografia di Roma.

Storia delle matematiche (Guida allo studio della) di G. LORIA, di pag. XVI-227 . . . . . 3 —

Storia della musica, di A. UNTERSTEINER, 4ª ediz. di pag. 500 . . . . . 5 50

Storia naturale — vedi: Anat. e fisiol - Anatom. micr. - Animali parass. - Antrop. - Batteriol. - Biologia animale - Botan. - Cammello - Coleotteri - Cristallografia - Ditteri - Embriol. - Farfalle - Fisica cristall. - Fisiol - Geologia Imenotteri - Insetti - Ittiolog. - Lepidotteri - Limnol, Mineral. - Naturalista preparat. - Natur. viaggi. - Oceanogr. - Ornitol. Ostricoltura - Paleoetn. - Paleontologia - Pisciicolt. - Sismol. - Speleol. - Tecnica protistol. - Uccelli canori - Vulcan. - Zebre - Zoologia.

Strade ferrate in Italia. Regime legale amministrativo, di F. TAJANI, di p. VIII-265 . . . . . 2 50

Strade ordinarie e loro manutenzione, di F. FROSALI, di p. XI-216 e 37 inc. 2 50

Strade urbane e provinciali e loro pavimentazione di P. BRESADOLA, p. XVI-330 e 40 inc. 5 50

Strumentazione, di E. PROUT, trad. di V. Ricci, 2ª edizione, di pag. XVI-314 e 95 incisioni (in ristampa).

Strumenti ad arco e musica da camera, del Duca di CAFFARELLI, di p. X-235 (esaurito).

Strumenti diottrici, V. REINA, p. XIV-220 e 103 fig 3 —

Strumenti metrici. Costruzione delle bilance, ecc., di E. BAGNOLI. di p. VIII-252 e 192 inc. . . . 3 50

Succedanei — vedi: Prodotti e procedimenti.

L. c.

Saghero scorze e applicazioni industriali, di A. FUNARO e N. LOJACONO, di p. VII-170 . . . 2 50
Suinicoltura pratica, di I. STANGA, di pag. 200, con 36 illustrazioni 3 50
Superstizione, di G. FRANCESCHI, di pag. XII-264 . . 2 50
Surrogati — vedi: Prodotti o procedimenti.
Tabacco (II) e sua coltura, di G. BEVERSEN, di pagine XXVIII-219, 9 inc. e 31 tav. 4 50
Tabacco, di G. CANTONI, di p. IV-176 e 6 inc. . . 2 —
Tabelle di analisi — vedi: Analisi chimica qualitativa.
Tannini (I), nell'uva e nel vino, di R. AVERNA-SACCÀ, di p. VIII-240 . . . . . 2 50
Tartufi e funghi, coltura e cucinatura, di FOLCO-BRUNI, di p VIII-184 . . . . . 2 —
Tattica applicata, di A. PAVIA di p. VIII-214 . . 3 50
Teatro antico greco-romano, di V. INAMA, di p. XX-248 e 32 fig. 2 50
Tecnica protistologica. di L. MAGGI, di p. XVI-318 3 —
Tecnologie per i giovani operai, secondo i programmi governativi, di I. ANDREANI:
I. — Legno, metalli, ecc., di pag. 780, con 511 inc. . 7 —
II. — Matematica, di pag. XII-488, con 210 inc. . . 6 —
III. — Fisica, di pag. 354, con 288 incisioni . . . 6 —
Tecnologia e terminologia monetaria, di G. SACCHETTI, di p. XVI-191 . . . . . 2 —
Telaio meccanico (II). Guida pratica, di A. PIOMBO di p. XII-159 e 28 fig. . . . . 2 —
Telefono (II), di G. MOTTA, (in ristampa).
Telegrafia elettrica, aerea, sottomarina e senza fili di R. FERRINI. 4ª ed. ampl. da C. CANTANI, di pag. 352, con 137 inc. 4 50
Telegrafista (Guida del), di G. CANTANI, 4ª ediz., di pag. 255, con 138 inc. 3 50
Telegrafo senza fili e onde Hertziane, di O. MURANI, 3ª ediz., di p. 520 con 268 incisioni. . . 7 50
Telemetria, misura delle distanze in guerra, di G. BERTELLI, di p. XIII-145 e 12 fig. (in ristampa).
Telepatia. Trasmissione del pensiero di A. PAPPALARDO, 3ª ediz., di p. XVI-343 . . . . . 3 —
Tempera — Vedi acciaio.
Tennis (II), di A. BONACOSSA e G. PORRO LAMBERTENGHI, di pag. XX-240 con 84 illustrazioni . . . 3 —
Teoria dei numeri, di U. SCARPIS, di p. VIII-152 . 1 50
Teoria delle ombre, di E. BONCI 3ª ediz. di pagine XVI-134, con 48 fig. e 6 tav. 3 50
Teosofia, di G. GIORDANO, di p. VIII-248 . . . 3 50
Terapeutica — vedi ai singoli titoli: Chimica clinica - Chimica legale - Farmacista - Farmacoterapia - Medicina d'urgenza - Medico pratico - Organoterapia - Posologia rimedi - Rimedi - Terapia malattie infanzia.
Termodinamica. di G. CATTANEO, p. X-196 e 4 fig. 1 50
Terreno agrario. Chimica del terreno, di A. FUNARO, di p. VIII-200 . . . . . 2 —
Tessili — vedi Tecnologi per giovani - Tessitura - Filatura.

Digitized by Google

L. C

Tessitore (Man. del), di P. PINCHETTI, 3ª ediz., di p. XIV-298 e illustr. 3 50
— vedi: Apparecchiatura dei tessuti - Industrie tessili.
Tessitura meccanica della lana e del cotone, di E. G. FRANZI, di p. VII-329 . . . . 3 50
Tessitura meccanica della seta, di P. PONGI, di p. XII-346 e 179 inc 5 50
Tessuti (Man. del compositore di), di P. PINCHETTI, di p. VIII-321, ill. da 2000 armature 4 50
Tessuti di lana e cotone (Analisi e fabbricazione), di O. GIUDICI, di p. XII-864, con 1098 inc. . . 16 50
Testamenti (Manuale dei), di G. SERINA, 3ª ediz. riveduta ed ampliata, di pag. XIV-380 . . . . . 4 50
Tigré italiano. Idiomi parlati in Eritrea, con 2 dizionari, di M. CAMPERIO, di p. 180 . . . . 2 50
Tintore (Man. del), di R. LEPETIT, 4ª ediz., di p. 482 5 —
Tintura della seta, di T. PASCAL, di p. XV-432 . 5 —
Tipografia. Vol. I. Guida per chi stampa e fa stampare di S. LANDI, 2ª ediz. postuma, di pag. XXII-279. 2 50
— Vol. II. Lezioni di composizione, di S. LANDI 2ª ediz. postuma, con appendice - Linotype - Monotype - Lettera-tipo - Vocabolarietto tecnico, di pag. 370 . . 3 50
Tiro a segno nazionale, di A. BRUNO, p. VIII-335 3 —
Tisi (Come si vince la). Profilassi e diagnosi di F. MOTTOLA, e pref. di A. De Giovanni di p. XII-208 . . 2 50
Tisici e sanatori, di A. ZUBIANI, con pref. di B. Silva, di p. XLI-240 . . . . . 2 —
— vedi: Tubercolosi.
Topografia (Man. di), di G. DEL FABRO. 3ª edizione, di pag. XLIII-629 con 165 incisioni (in ristampa).
Topografia (Guida pei calcoli di), di G. DEL FABRO, di p. XVI-216 e 71 fig. 3 50
Topografia e rilievi — vedi: Cartografia - Catasto - Celerimensura - Codice del perito - Compensazioni errori - Curve - Disegno topogr. - Estimo terreni - Estimo rurale - Fotogrammetria - Geometria pratica - Prospettiva - Regolo calcolatore - Telemetria - Tracciamento curve - Triangolazioni.
Topografia di Roma antica, di L. BORSARI, di p. VIII-436 e 7 tav. 4 50
Tornitore meccanico (Guida del), di S. DINARO, 10ª ed. riveduta con appendice "La tornitura dei proiettili per le artiglierie", di pag. 316 e 117 fig. . 4 50
Tornitore e fresatore meccanico, di L. DUCA, 3ª ediz., di p. 188, con 30 inc. 3 50
Torrenti — v. (Sistemazione dei).
Tracciamento delle curve delle ferrovie e strade, di G. H. A. KRÖNKHE, trad. di L. Loria, 3ª ediz., di p. VIII-167 . . . . . 3 50
Traduttore tedesco (Il), di R. MINUTTI, pag. XVI-224 2 50
Tramvie — vedi: Ferrovie.
Trasporti aerei, di G. CAPPELLONI, di pag. XVI-367 con 259 figure. . . . . 7 —
Trasporti, tariffe e reclami ferroviari, di E. PELIZZARO, di pag. XVI-319 . . . . . 4 50

Digitized by Google

L. c.

Trazione ferrovaria, di P. Oppizzi, di p. VII-204, con 2 tav. e 51 fig. . . . 3 50

Trazione a vapore sulle ferrovie ordinarie, di G. Ottone, di p. LXVIII-469 . . . . 5 50

Triangolazioni topografiche e catastali, di O. Jacoangeli, di p. XIV-340 e 33 inc. . . . 9 50

Trigonometria piana (Esercizi di), di C. Alasia, di p. XVI-292 e 30 inc. (In ristampa).

Trine a fuselli, di G. Romanelli-Marone, di p. VIII-331 e 200 illustr. . . . 4 50

Tubercolosi (La), di M. Valtorta e G. Fanoli, con pref. di A. Murri, di p. XIX-291 e 11 tav. . . . 3 —

Turbine idrauliche moderne. Teoria e costruzione, di C. Malavasi (in lavoro)

Turbine a vapore. di E. Garuffa (in corso stampa).

Turco parlato. Grammatica, dialoghi, vocabolario, di L. Bonelli e S. Jasigian, di p. VIII-343 . . . 4 —

Uccelli canori. Caratteri, costumi e loro cura, di L. Unterstеiner, 2ª ediz., di p. VIII-226 e 6 inc. . . 2 50

Ufficiale italiano (L') di U. Morini (esaurito).

Unità assolute. Definizione, dimensione, problemi, di G Bertolini, di p. X-124 . . . . . 2 50

Uovo (L') **di gallina.** Conservazione e commercio, di C. Viviani, di pag. 394 con 48 incisioni . . . 3 50

Urina (L') nella diagnosi delle malattie, di F. Jozio, di p. XVI-216 (in ristampa).

Urologia chimica e microscopica, di P. E. Alessandri, di pag. 485, con 144 inc. e 2 tav. . . . 7 50

Usi mercantili riconosciuti dalle Camere di Commercio in Italia, di G. Trespioli, di p. 623 6 —

Uve da tavola. Coltivazione e commercio, di D. Tamaro, 3ª ediz. di p. XVI-278, 8 tav. e 57 . . . 4 —

Vademecum dell'uomo d'affari, di C. Dompé, 2ª ediz., di pag. 562 . . . . . 8 50

Vanerio Manuale del) di G. M. Zampini . XLVII-490 4 50

Veleni e avvelenamenti, di C. Ferraris, di pagine XVI-208 e 20 inc. . . . 2 50

Ventilatori industriali, di A. Albert, di pag. 400, con 178 incisioni . . . 7 50

Verbi regolari francesi, irregolari e difettivi, di C. Dompé, di pag. 170 . . . . 3 —

Verbi greci anomali P. Spagnotti, pag. XXIV-107 1 50

Verbi italiani, di E. Polcari, di p. XII-260 . . 1 50

Verbi latini di forma particolare nel perfetto e nel supino, di A. Pavanello, p. VI-215 1 50

Vernici, lacche, mastici e inchiostri da stampa. Fabbricazione, ecc., di U. Fornari, 3ª ediz., di pag. XVI-272 . . . . . 2 50

Vernici — vedi Colori e Vernici.

Veterinaria — vedi: Araldica zootecnica - Bestiame - Cavallo - Igiene veterinaria - Malattie infettive - Majale - Oftalmoiatria veterinaria - Polizia sanitaria - Porco - Profilassi malattie - Razze bovine - Zootecnia.

Veterinario (Man. del), di C. Roux e V. Lari, di pagine XX-356 e 16 fig. (esaurito).

Vetro. Fabbricazione, lavorazione, applicazioni, di G. D'Angelo, di p. XIX-527 e 321 fig. (esaurito).

L. C.

Vigile urbano (Vademecum pel) di G. SACCHIERO, di pag. XIV-178 . . . . . 2 50

Vini bianchi da pasto e vini mezzocolore, di G. A. PRATO. 2ª ediz. riv. da A. Strucchi, p. XII-280 2 50

Vini dai residui della vendemmia e vini sussidiari. Secondi vini e vinelli - Modo di aumentare la produzione di S. CETTOLINI di pag. 338 con 40 inc. 3 50

Vini (I migliori d'Italia), di A. STRUCCHI, di p. XX-25, 42 tav. e 7 carte 3 50

Vini non genuini, di A. DURSO-PENNISI di pag. 198, 2 50

Vini, aceti, spiriti (invecchiamento artificiale dei), di A. DURSO-PENNISI, di p. 185, con 35 inc. 2 50

Vini speciali provenienti da uve da tavola e vini artificiali, di A. DURSO-PENNISI, di p. XII-212 e 68 fig. 2 50

Vinificazione (Man. di), U. GALLO, p. XI-253 e 33 inc. 2 50

Vino (Il), di G. GRAZZI-SONCINI, 2ª edizione riveduta da A. STRUCCHI, con appendice sui vini spumanti, di pag. XX-229 e 17 incisioni 2 50

Violini, violinisti e musica per violino, di A. UNTERSTEINER, con app. di A. Bonaventura, di pagine VIII-228 . . . . . 3 50

Violoncello, violoncellista e violoncellisti, di S. FORINA, di p. XVII-444 . . . . . 5 50

Viti meccaniche, calcolo e costruzione, di A. MASSENZ, 2ª ediz di p. 270, con 111 inc . . . 5 50

Vita di Gesù di L. ASIOLI, 2ª ediz. con carta di Terra Santa. Pag. XII-253 . . . . . 3 —

Vita di Maria di L. ASIOLI. Pag. VIII--202 . . . 3 —

Viticoltura (Precetti di), di O. OTTAVI, 7ª ediz. riv. da A. Strucchi, di p. XVI-244, con 30 incisioni . . 2 50

Vocabolario Albanese — vedi Albanese parlato.

Vocabolario araldico italiano, di G. GUELFI, di p. VIII-294 e 356 inc. (in ristampa).

Vocabolario Hoepli della lingua italiana, compilato da G. MARI, di pag. 2226 a due colonne in mezza pergamena e tela . . . . . 18 —

— legato in un solo volume in mezza pelle e tela . . 18 —

Vocabolario russo-italiano e italiano-russo, di V. FOMIN, con la pronunzia figurata seguita da un dizionaretto pografico dei nomi proprii, da un frasario e da due piccole grammatiche russa e italiana, di pag X-812 . . . . . 11 50

Vocabolario numismatico, in 7 lingue, di S. AMBROSOLI, di p. VIII-134 . . . . . 1 50

Vocabolario tecnico illustrato nelle sei lingue: Italiana, Francese, Tedesca, Inglese, Spagnuola, Russa, sistema Deinardt-Schloman, diviso in volumi per ogni singolo ramo della tecnica industriale.

Vol. I. — **Elementi di macchine e gli utensili più usuali per la lavorazione del legno e del metallo,** in-16, p. VIII-403, con 823 inc. e prefazione dell'Ing. Prof. G. COLOMBO (esaurito).

Vol. II. — **Elettrotecnica,** con circa 1000 inc. e numerose formule di p. XII-2100, a 2 e a 4 colonne . 36 —

Digitized by Google

L. C.

Vol. III. — **Caldaie a vapore, Macchine a vapore, Turbine a vapore**, p. XI-1322, con 3500 incis . . 22 50
Vol. IV. — **Motori a combustione**, di p. X-618 con 1000 inc. e numerose formule . . . . . 12 —
Vol. V. — **Ferrovie: Costruzione ed esercizio**, di p. XIII-870, con oltre 1900 inc. e numerose formule . 16 —
Vol. VI. — **Ferrovie: Materiale mobile**, con oltre 1500 illustr. . . . . 14 —
Vol. VII. — **Apparecchi di sollevamento e mezzi di trasporto**, di p. 650, con oltre 1500 inc. . . . 15 —
Vol. VIII. — **Il calcestruzzo armato nelle costruzioni**, di circa 600 pagine, con oltre 1200 inc. . . 8 50
Vol. IX. — **Macchine utensili**, di pagine X-706 con 2400 incisioni . . . . . 15 —
Vol. X. — **Veicoli a motore (automobili, motoscafi, aeronautica ed aviazione)**, con 1773 inc. . . . . 18 —
Vol. XI. — **Siderurgia**, di pag. XII-785 con 1600 inc. 15 —

Volapuk (Dizion. Italiano-volapük), nozioni di gram., di C. MATTEI, secondo i principi dell'inventore M Schleyer, di p. XXX-198 . . . . . 2 50

Volapuk (Dizion. volapük-ital.), di C. MATTEI, p. XX- 2 50

Volapuk (Manuale di conversazione, di M. ROSA TOMMASI e A. ZAMBELLI, di p. 152 . . . . . 2 50

Vulcanismo, di L. GATTA, di p. VIII-268 e 28 inc. . 1 50

Zebre (Le) di A. GRIFFINI. Studio zoologico popolare illustrato, di pag. XXVIII-298, con 41 tavole . . . 4 —

Zinco. Caratteri e proprietà, di R. MUSU-BOY, di pagine XVI-219, 10 inc. e 4 tav. 3 50

Zolfo (Miniere di), di G. CAGNI, di p. XII-275 e 34 inc. . 3 —

Zoologia, di E. H. GIGLIOLI e CAVANNA G.
I. Invertebrati, di p. 200, con 45 figure (esaurito).
II. Vertebrati, Parte I, Generalità, Ittiopsidi (Pesci e Anfibi), di pag. XVI-153, con 33 inc. 1 50
III. Vertebrati. Parte II, Sauropsidi, Teriopsidi (Rettili, Uccelli e Mammiferi), di p. XVI-200, con 22 inc. . 1 50

Zoonosi, di G. GALLI VALERIO, di p. XV-227 . . 1 50

Zootecnia, di G. TAMPELLINI, 2ª ediz., di p. XV-444, 179 inc. e 12 tav. 5 50

Zootecnia — vedi: Abitazioni animali - Animali da cortile - Alimentazione del bestiame - Araldica zootecnica - Bestiame - Cane - Cani e gatti - Cavallo - Maiale - Ornitologia - Porco - Razze bovine - Veterinario - Maniscalco.

Zucchero (Industria dello):
I. Coltivazione della barbabietola da zucchero, di B. R. DEBARBIERI, di p. XVI-220 con 12 inc. . . . 2 50
II. Commercio importanza economica e legislazione doganale, di L. FONTANA-RUSSO, di p. XII-244 2 50
III. Fabbricazione dello Zucchero di barbabietola, di A. TAGGANI, di p. XII-228 con 71 inc. 3 50

Zucchero e alcool nel loro rapporti agricoli, fisiol. e soc., di S. LAURETI, di p. XVI-426 . 4 50

Digitized by Google

INDICE ALFABETICO PER AUTORI (I numeri indicano le pagine)

Abbe P. Nuotatore 40
Abetti G.-A. Fiammiferi . . . 24
Acqua C. Microscopio 38
Adinolfi S. Diritto Intern. pen. 18
Adler G. Eserc. di lingua tedesca 23
Aducci N. Le patate 41
— **La Fecola** 24
Aducco A. Chimica agraria . . 12
Agnelli O. Divina Commedia . 19
Airy Q. B. Gravitazione . . . 29
Alasia C. Trigonometria (Eser.) 51
— **Geomet. elem. (Complem. di)** 27
— **Geometria della sfera** . . 27
Albert A. Ventilatori 51
Alberti F. Il bestiame e l'agricol. 8
Albi G. Capitano marittimo . 10
Albini Q. Fisiologia 24
Alessandri P. E. Anal. chim. qual. 5
— **Analisi chimica quantitativa** 5
— **Analisi volumetrica** . . . 5
— **Chimica sostanze alimentari** 12
— **Disinfezione** 19
— **Farmacista** 23
— **Merceologia tecnica** . . . 37
— **Droghe medicinali** 21
— **Urologia** 51
Alfano G. B. Sismologia moderna 46
Allevi G. Alcoolismo 4
— **Le malattie dei lavoratori** . 35
— **Medicina sociale**. 37
Alleri A. Disionario Eritreo . 20
Almagià G. La nave in battaglia 39
Alei A. Adulterazioni del vino 4
— **Piante industriali** 42
Aly-Belfadel A. Gram. magiara 28
Ambreseli S. Atene 8
— **Numismatica** 40
— **Atlante numismatico** . . . 40
— **Monete Greche** 38
— **Vocabolario pei numismatici** 52
— **Monete papali**. 38
Andreani I. Il progettista mod. 43
— **Costruzioni lesionate** . . . 17
— **Corso completo di disegno** . 19
— **L'arte nei mestieri: Falegname - Fabbro - Muratore** . 7 23 39
— **Contratti e collaudi** . . . 16
— **Tecnologie per i giovani** . 49
— **Stime di lavori edili** . . . 47
Andreini A. Sfere cosmografiche 46
Andrich G. L. Diritto italiano 19
Androvic G. Gr. Serbo-croata . 8
Antilli A. Disegno geometrico 19
Antonelli G. Igiene del sonno . 30
— **Igiene della mente**. 29
— **Igiene del piede**. 29
— **Antropologia Criminale** . . 6
Antonini E. Pellagra 41
Appiani G. Colori e vernici . 14
Arcangeli P. Letter. giapponese 32
Archetti A. Colle anim. e veg. 14
Arduino M. Consoli e consolati 15
— **Diplomazia**. 18
— **Emigrazione** 22
Arlia C. Disionario bibliogr. . 19
Arpesani C. Lav. metalli e legn. 31
— **Operaio meccanico** 40
Arrighi C. Disionario milanese 20
Arrigoni E. Ornitologia . . . 40
Arti grafiche, ecc.. 7
Artini E. I minerali 38
Aschieri F. Geom. projet. d. piano 27
— **Geometria projett. d. spazio** 27
Asioli L. Eloquenza 21
— **Vita di Gesù** 27-52
— **Vita di Maria** 35-52
Asprea V. Apicoltura 42
Astolfoni A., La pila elettrica 42
Averna-Sacca R. I tannini . . 49
— **Malattie dei vini** 35
Avigliano L. Giuoco d. dama 18
Azimonti E. Frumento . . . 25
— **Campicello scolastico** . . 10
— **Mais** 35
Baccarini P. Malatt. crittogam. 35
Baccioni G. Seta artificiale . 46
Baddeley V. Law-Tennis . . 31
Bagnoli E. Strumenti metrici . 48
Baldi C. Corti d'assise . . . 16
Ball J. Alpi (Le) 5
Ball R. Stawel. Meccanica . . 36
Ballerini O. Fiori artificiali . 24
Balsamo M. Laminas. del ferro 31
Baluffi G. Cemento armato . 17
Balzani A. Shakepeare . . . 46
Barbieri A. Poligonazione . . 42
Baroschi E. Conversaz. franc. 16
Barpi U. Igiene veterinaria . 30
— **Bestiame** 8
— **Abitaz. d. animali domestici.** 3
Barth M. Analisi del vino . . 5
Bartoli A. Stilistica latina . . 47
Bassi D. Mitologie orientali . 38
— **Cultura greca** 17
Bassoli G. Aerostatica . . . 4
Bastiani F. Lavori marittimi . 31
Belfiore G. Magnetis. ed ipnotis. 34
Belli B. Il Caffè. 9
Belli C. M. Igiene ospedaliera 29
Bellini A. Igiene della pelle . 29
— **Luce e salute** 34
Bellini C. Scritt. dopp. all'amer. 46
Bellio V. Mare (Il). 35
— **Cristoforo Colombo** . . . 1

Digitized by Google

Bellotti S. Luce e colori . 34
Bellotti G. Bromatologia . . 9
Bellumini G. Calderaio pratico 10
— Cubatura dei legnami . . . 17
— Fabbro ferraio 23
— Falegname ed ebanista . . 23
— Fonditore 25
— Operaio (Manuale dell') . . 40
— Peso dei metalli 41
— Ricettario di metallurgia . 45
Beltrami G. Filatura di cotone 24
Beltrami L. Aless. Manzoni . 35
Beltrandi C. I fagiani . . . 23
Benetti J. Meccanica 36
Beretta A. Il nuoto 40
Bergamaschi O. Contabilità dom. 16
— Ragioneria industriale . . 44
Berlese A. Ins. d. case e dell'uomo 31
Bernardi G. Armonia 7
— Contrappunto 16
Bernhard. Infortuni di mont. . 30
— L'elioterapia in montagna. . 21
Bertelli Q. Disegno topografico 19
— Telemetria 49
Bertolini G. Unità assolute. . 51
Bertolio S. Coltiv. Minier. . 38
Bertoni G. Italia dialettale . . 31
Bertolari L. Geom. analit I. II. 26
Besta R. Anat. e fisiol. compar. 5
Bettei V. Morfologia greca. . 38
Bettoni G. Pisciscoltura . . . 42
Beversen G. Tabacco 49
Bianchi E. Merceologia. 37
Biancotti G. V. Man. del Notaio 39
Bignami-Sormani E. Dis. alpino 19
Bilancioni G. Dis. botanica gen. 19
Bilinich, Disionario serbo . . 20
Biondi L. Pino da pinoli . . 42
Biraghi G. Socialismo . . . 47
Bisconti A. Esercizi greci . . 23
Blanc G. A. Radioattività . . 44
Boccardini G. L'Eulcide emend. 23
Bocciarde A. D. Elettr. medica 21
Bock C. Igiene privata . . . 29
Boito C. Disegno (Princ. del) . 19
Bolis A. Chimica analitica . . 12
Bombicci C. Mineral. generale 38
— Mineralogia descrittiva . . 38
Bonacossa A. Il tennis 49
Bonacini C. Fotografia ortocr. 25
Bonardi E. Borsa e valori pubbl. 9
Bonaventura A. Viol. e violinist. 52
Bonci E. Teoria delle ombre . 49
Bonelli L. Grammatica turca . 29
— Turco parlato 51
Bonetti E. Biancheria. . . . 9
— Abiti per signora . . . 3
Bonino G. B. Dialetti greci . 18
Bonizzi P. Colombi domestici . 14
Bonomi Da Ponte. Colori vern. 14
Borgarelle E. Gastronomia. . 26
Borletti F. Celerimensura . . 11
— Form. per il calc. di risvolte 25
Borrino F. Motocicilista . . . 39
Borsari L. Topogr. di Roma ant. 50
Boselli F. Orefice 40
Boson G. Assiriologia 7
Bossi L. M. Ostetricia . . . 41
Bottini-Barzizza G. Gnomonica 26
Bragagnole G. Storia di Francia 48
— Storia d'Inghilterra . . . 48
Bresadola P. Condotte d'acqua . 3
— Strade urbane e provinciali 48
Brighenti E. Dis. greco moderno 20
— Crestomazia neo-ellenica . 17
— Conversazione neo-ellenica . 16
Brigiuti L. Letterat. egiziana 32
Brocherel G. Alpinismo . . .
Broggi U. Matemat. attuariale 35
Brovedani G. U. Elettricità ind. 2
Brown H. T. Meccanismi (500)
Bruni F. Tartufi e funghi . . 49
Bruni E. Catasto italiano . . 11
— Codice doganale italiano. . 13
— Contabilità dello State . . 16
— Imposte dirette 30
— Legislazione rurale . . . 32
— Ricchezza mobile 44
— Debito pubblico 18
— Legge notarile 32
Bruno A. Tiro a segno nazionale 50
Bruno D. Oculistica 40
Bruttini A. Libro dell'agricoltore 4
— L'elettr. nell'agricoltura . . 21
Bucci di S. Flotte moderne . 25
Budan E.. Autografi (Amat. di) 8
Burali-Forti C. Logica matem. 34
Buttari F. Saggiatore (Mad. di) 45
— Alligazione 5
Caccia A. Costruzione d. città 13
Caffarelli F. Strumenti ad arco 48
Cagni G. Le miniere di solfo . 53
Calliano C. Soccorsi d'urgenza 46
— Assist. degli infermi . . . 7
Calzavara V. Industria de gas 26
— Motori a gas. 39
Campagna E. Nave subacquea 39
Campazzi E. N. Dinamometri . 18
Camperio M. Tigrè-italiano . 50
Campi C. Campicello scolastico 10
Cancogni D. Il Palatino . . . 45
Canella R. Gli stili architettonici 47
Canestrini G. Fulmini e paraf. 26
— Antropologia 6
— Apicoltura 6
— Batteriologia 8
Canevazzi E. Araldica scotec 4
Cantamessa F. Alcool . . . 9
Cantani. Telegrafista . . . 49
— Telegrafia 49

Cantoni C. Logica 34
— Psicologia 43
Cantoni G. Tabacco (Il) . . . 49
Cantoni P. Igroscopi, igrom. . 30
Capalozza C. Ufficio di conciliaz. 15
Capello F. Rettorica 44
— Stilistica 47
Capilupi A. Assicuraz. e stima 7
Cappelletti L. Napoleone I.. . 39
— Nevrastenia 39
Cappelli A. Diz. di abbreviat. 3 19
— Cronologia e calend. perpetuo 17
Cappelloni G. Trasporti aerei . 50
Carazzi D. Ostricoltura . . . 41
— Anat. microsc. (Tecn. di) . 5
Carcofore E. Elem. di somalo . 29
Carega di Muricce Agronomia 4
Carnevali T. Finanze 24
Carotti S. Storia dell'arte . . 48
Carraroli A. Igiene rurale . . 29
Carregaro Negrin C. Paga giorn. 41
Casaburi V. Concia, tintura pelli 15
Casagrandi V. Storia e Cronol. 48
Casali A. Humus (L') 29
Casali I. Casette popolari . . 11
Casali P. Congelamenti . . . 15
Casarotti T. Pat. infortuni lav. 41
Casartelli E. Ornam. sulle stoffe 40
Caselli C. Speleologia 47
Castellani L. Acetilene (L'). . 3
— Incandescenza 30
Castiglioni L. Beneficenza . . 8
Castoldi A. Liquorista . . . 34
Cattaneo C. Dinamica element. 18
— Termodinamica 49
— Embriolog. morfol. . . . 22
— Malattie infanzia. 35
Cattaneo G. Convers. tedesca . 16
— Dizionario italiano-tedesco . 20
Cavalleri D. Legisl. delle acque 32
Cavanna G. Zoologia 53
Cavara P. Funghi mangerecci . 26
Cei L. Locomobili 34
— Caldaie a vapore 10
Celoria G. Astronomia . . . 7
Cerchiari G. L. Chir. e tatuag. 12
— Fisionomia e mimica . . . 24
Cereti P. E. Esercizi latini . . 23
Cerutti A. Fognat. domestica . 25
Cettolini S. Malattie dei vini . 35
— Dal mosto al vino 39
— Vini da residui e artificiali . 52
Chimenz S. Diz ital.-giapponese 20
Chiesa C. Logismografia . . . 34
Chiodi V. Profilassi e disinfez. 43
Chiorino E. Il falconiere mod. 23
Chiovato G. L'operaio meccanico 40
Ciampoli D. Letterature slave 33
Ciappetti G. L'alcool industriale 4
Cl. Indust. tartarica 30
Cignoni A. Ingegnere navale . 31
Ciocca G. Pasticcere e confett. 41
— Gelati 26
Claudi C. Prospettiva 43
— Chimica industriale 12
Clerico G. v. Müller, Metrica . 37
Codici del Regno d'Italia . . 13
Cogoli P. Pompiere moderno . 42
Collamarini G. Biologia . . . 9
Colombo E. Repubbl. Argentina 6
Colombo G. Ingegnere civile 30-52
Colombo L. Nutriz. del bamb. . 40
Comboni E. Analisi del vino . 5
Concari T. Gramm. italiana . 28
Conelli A. Posologia n. terap. inf. 42
Consoli S. Fonologia latina . 25
— Letteratura norvegiana . . 33
Conter P. Industrie galvan. . 22
— Galvanostegia 26
— Arti grafiche 7
Conti P. Giardino infantile . . 27
Contuzzi F. F. Diritto costituz. 18
— Diritto internaz. privato . . 18
— Diritto internaz. pubblico . 19
Corsi E. Codice del bollo . . 13
Cortese E. Metallurgia dell'oro 37
— Planetologia 42
Corti I. Letteratura inglese. . 32
Cossa A. Elettrochimica . . . 21
Cossa L. Economia politica . . 21
Costanzo G. Meteorologia agric. 37
Cougnet Pugilato antico e mod. 43
— La lotta greco-romana . . 34
— Lotte libere moderne. . . 34
Coulliaux L. Igiene della bocca 29
Craveri C. Insetti nocivi . . . 31
— Conifere. 15
— Essenze naturali. 23
— „ artificiali 23
— Piante aromatiche . . . 14 41
— Prod. chim. org. come medic. 43
— Specialità medicinali . . . 47
Cremona I. Alpi (Le) 5
Cristofoli a. Stenografo pratico 47
Crollalanza G. Araldica (Gr) . 6
Croppi G. Canotaggio . . . 10
Crotti F. Compens. degli errori 15
Cuneo A. Appalti Opere Pubbl. 6
Curti R. Infortuni della mont. 30
— L'elioterapia in montagna. . 21
Cust R. Relig. e lingue d. India 44
— Lingue d'Africa 33
D'Adda L. Marine da guerra . 35
Dal Piaz. Cognac 14
Damiani Lingue straniere . . 33
D'Angelo G. Vetro 51
Dante Alighieri. Tavole . . . 19
Da Ponte M. Distillazione . . 19
De Amezzaga. Marina militare 35
De Barbieri R. Zucchero (Ind. d.) 8 53

Digitized by Google

De Brun A. Contab. comunale 16
— Contabilità aziende rurali . 15
De Cillis E. Mosti (Densità dei) 39
De Franck Ph. Le carte magiche 11
De Gasparis A. Sale e saline . 45
De Gregorio G.Glottologia . 28
De Guarinoni A. Lett. italiana 33
De Gubernatis A. Lett. indiana 32
— Lingue d'Africa 33
— Relig. e lingue dell'India . 44
Del Fabro G. Topografia . . 50
— Calcoli di topografia . . . 50
Dell'Acqua F. Morte vera e ap. 38
Del Lupo M. Pomol. artificiale 42
Del Nero G. Piante erbacee a seme oleoso. 42
De Marchi L. Meterologia . . 37
— Climatologia 13
De Maria A. Man. di Aviasione 8 39
De Martino A. Gram. persiana 28
De Mauri L (Amatore) Maioliche 34
— Amatore d'oggetti d'arte . 5
— Amatore miniature in avorio 5
Dessy. Elettrotecnica 22
Devoto L. Congelamenti . . . 15
Di Cele F. Imbalsamaz. umana 30
Di Maie F. Pirotecnia. . . . 42
Dinare S. Tornitore meccanico 50
— Macchine (Montatore) . . 34
— Atlante di macchine . . . 34
— Meccanica industriale . . . 36
— Perito meccanico 41
— Macchine utensili 34
— Capo-meccanico 11
Dizionario univ. in 4 lingue . 21
Dompè C. Man. del commerc. . 15
— Vademecum uomo d'affari . 51
— Vorbi francesi 51
D'Onofrio G. Conserve aliment. 15
D'Ormea G. Radioattività . . 44
D'Ovidio Fr. Grammatica storica di lingua ital. 29
Dowden Shakespeare 46
Doyen C. Litografia 34
Duca L. Fres. torn. meccanico 25-50
Durso-Pennisi Diz. enologico 20
— Vini speciali e artifi. . . . 52
— Invecchiamento artific. vini 31-52
— Vini non genuini 52
Enciclopedia Hoepli 22
Ercolani G. Malaria e risaie . 35
— Il pane 41
Eredo G. Geometria pratica . 27
Fabris G. Olii e grassi vegetali 40
Fachini S. Materie grasse . . 36
— Industria tessile 30
Faè G. Elettricità e materia . 21
Faelli F. Razze equine . . . 44
— Cani e gatti 10
— Animali da cortile 5
Faelli F. Il porco 42
Falco A. Contabilità bancaria . 16
— Corrispond. bancaria . . . 16
Falcone C. Anat. topografica . 5
— Embrione umano 22
Fanoli G. Tubercolosi. . . . 51
Fantasia P. Metodi min. quadr. 38
Fanti A. Costruzioni rurali . . 17
— La pratica delle bonificazioni 9
Faralli G. Ig. d. vita pub. e pr. 28
Farina G. Grammatica egisiana 28
Fascetti G. Caseificio 11
Fava D. Sinonimi latini . . . 46
Fenini C. Letteratura italiana . 33
Fenizia C. Evoluzione. . . . 23
Ferrari A. Lettura carte topogr. 33
Ferrari D. Arte (L') dal dire . 7
— Esercizi di grammatica . . 27
— Grammatica italiana . . . 28
Ferrari E. Boschi e pascoli . . 9
— L'agrumicol. in Italia e in Libia 7
— Prontuario forestale . . . 43
Ferrari G. Scenografia (La) . 45
Ferrari V. Lett. mod. italiana 33
— Lett. moderna e contemp. . 33
Ferrario C. Curve circolari . . 17
— Curve graduate 17
Ferraris C. Veleni ed avvelen. 51
Ferreri Mitoldi S. Agrimensura 4
Ferretti U. Mal. inf. di animali 15
— Carni conservate 11
Ferrini C. Diritto pen. romano 19
Ferrini R. Energia fisica . . 22
— Elettricità 21
— Telegrafia 49
Ficai P. Estimo rurale . . . 23
Filippini P. Estimo dei terreni 23
Finzi J. Psichiatria 43
Fiori A. Dizionario tedesco . 20
— Conversazione tedesca . . 16
Fiorilli C. Omero 41
Fiorini G. Pirotecnia 42
Fogli O. Legnami ind. ed esotici 39
— Stime forestali 47
Fomin V. Vocabolario russo . 52
Fontana-Russo Zucchero . . 53
Foresti A. Mitologia greca . 38
Forino L. Il violoncello . . . 52
Formentano A. Camera di cons. 10
Formenti C. Alluminio . . . 5
— Residui agricoli 44
— Residui industriali 44
Fornaseri G. Il cuore e suoi mali 17
Fornari P. Sordomuto (Il) . . 47
Fornari U. Vernici e lacche . 51
— Luce e suono 24
— Calore (Il) 10
Foster M. Fisiologia 24
Fracassi A. Il Corano. . . . 16
Franceschi G. Cacciatore . . 7

Digitized by Google

— Corse 16
Franceschi G. Giuochi sportivi. 27
— Proverbi 43
— Superstizione 49
Franceschi G. B. Conserve alim. 15
Franceschini F. Insetti utili . 31
— Insetti nocivi. 31
Franceschini G. Malattie sess. 35
Franceschini G. Malattie d. pelle 35
— Igiene sessuale 30
Franchi C. Saponi da toeletta . 45
Franchi L. I cinque Codici . . 13
— Codici e Leggi usuali d'Italia 13
— Gli otto codici 14
— Gli stessi, separati . . . 13
— Leggi sui lavori pubblici . 32
— Legge s. tasse di reg. e bollo 32
— » sull'Ordin. giudis. . . 32
— » sanità e sicur. pubbl. 32
— Leggi sulle priv. industr. . 14
— » diritti d'autore . . . 14
Franzi E. G. Tess. lana e cotone 50
Franzoni D. Imbianchino decor. 30
Freemann E. T. Storia d'Europa 48
Friedmann S. Lingua gotica . 33
Frisc L. Filosofia morale . . 24
Frisoni G. Gram. portogh. bras. 28
— Corrispondenza italiana . . 16
— » spag. - franc. - ingl, 16
— » portoghese . . . 16
— Dizionario spagnuolo . . . 20
— Gramm. Danese-Norveg. . 28
— Gramm. catalana 28
Frosali F. Le strade ordinarie 48
Fumagalli G. Bibliotecario . . 9
— Bibliografia 9
— Paleografia 41
— Ape latina 6
Fumi F. G. Sanscrito 45
Funaro A. Concimi (I) . . . 15
— Sughero, scorze e applic. . 49
— Terreno agrario 49
Gabba L. Chimico (Man. del) .12
— Seta (Industria della) . . . 46
Gabbi U. Semeiotica 46
Gabelsberger-Noë Stenografia (Dizionario di) 47
Gabrielli F. Giuochi ginnastici 27
Gagliardi E. Interesse e sconto 31
— Ragioniere (Pront.) . . . 44
Galante T. Storia d'Europa . 48
Galassini B. Macc. cuc. e ricam. 34
Gallerani G. Spettrofotometria 47
Galletti E. Geografia 26
Galli G. Igiene privata . . . 29
Galli Valerio B. Zoonosi . . 53
— Immunità e res alle malattie 30
Gallizia P. Resist. dei materiali 44
Gallo U. Vinificazione 52
Gansser A. Man. del Conciatore 15
Gardenghi G. Soc. mutuo socc. 47
Garetti A. Notaio (Man. del) . 39
Gardini A. Chirurgia operator. 13
Garibaldi C. Econ. matematica 21
Garnier-Valetti Pomologia art. 42
Garollo G. Atlante geografico . 8
— Dizionario biograf. univ. . 19
— Enciclopedia (Piccola) Hoepli 22
— Dizionario geogr. univers. . 20
— Gli Stati del mondo . . . 47
Garuffa E. Orologeria. . . . 40
— Siderurgia 46
— Motori a scoppio 39
— Motori a olio pesante . . . 39
— Aviazione 8
— Turbine a vapore 51
Gaslini A. Prodotti del Tropico 43
Gasperini G. Semiogr. musicale 46
Gatta L. Sismologia 46
— Vulcanismo 53
Gautero G. Macch. e fuochista 34
Gavina F. Ballo (Manuale del) 8
Geikie A. Geografia fisica . . 26
— Geologia 26
Gelcich E. Cartografia . . . 11
— Ottica 41
Gelli J. Armi antiche 7
— Ex libris 23
— Biliardo 9
— Codice cavalleresco . . . 13
— Duellante 21
— Ginnastica maschile . . . 27
— Scherma 45
— Il raccoglitore 43
Gentile I. Archeologia 6
— Geografia classica 26
— Storia antica 47
Gersenio G. Imitas. di Cristo . 30
Gestro L. Natural. viaggiat. . 39
— Naturalista preparatore . . 39
Gherardi G. Carboni fossili. . 11
Ghersi I. Galvanostegia . . . 26
— Industrie (Piccole) 30
— Inventore 31
— Matematica dilettevole . . 36
— Leghe metalliche 32
— Metallocromia 37
— Monete, pesi e misure ingl. 38
— Geometria (Problemi) . . . 27
— Ricettario domestico . . . 44
— Ricettario industriale . . . 44
— Ricettario dell'elettricità. . 44
— Prodotti e procedim. nuovi . 43
Giachetti C. Medicina d. spirito 37
Giannini G. G. Legatore di libri 31
Gibelli G. Idroterapia. . . . 29
Giglioli E. H. Zoologia . . . 58
Gioppi L. Crittografia . . . 17
Gioppi L. Dizionario fotografico 20
— Fotografia industriale . . . 25

Giordani G. Proprietario di case 43
Giordano G. Teosofia 49
Giorgetti S. Stenografia . . . 47
Gioriì E. Disegno industriale . 19
— Aritmetica e Geometria . . 7
— Meccanico (II). 36
— Macchinista navale 34
— Meccanica del macc. di bordo 36
— La nave in ferro 39
— Momenti d'inersia 38
Giovannini F. I Balli d'oggi . 8
Girardi G. Le rose 45
— Rigarofano 26
Gitti V. Computisteria . . . 15
— Ragioneria 44
Giua M. Acque minerali . . . 3
Giudici O. Tessuti di lana e cot. 50
— Ricettario industrie tessili . 45
Gladstone W. E. Omero . . . 40
Glasenapp M. Mattoni e pietre 36
Gnecchi F. Monete romane. . 38
— Guida numismatica. . . . 29
— Tipi monetari di Roma imp. 38
Gobbi U. Assicuraz. generale . 7
Goffi C. Acciai 3
— Apprendista meccanico . . 6
Goffi V. Disegnat. meccanico . 19
— Collaudazioni 14
— Modellatore meccanico . . 38
— Doveri del macchinista nav. 21
Goggia G. P. Fisica medica . 24
Gola G. Botanica 9
Gorini G. Colori e vernici . . 14
— Concia delle pelli 15
— Conserve alimentari . . . 15
Gorra E. Lingue neo-latine . 33
— Morfologia italiana. . . . 38
Grandgent C. N. Latino volgare 31
Grandori R. La filossera d. vite 24
Grassi F. Magnetismo e elettr. 34
Grazzi-Soncini G. Vino (II). . 52
Griffini A. Coleotteri italiani . 14
— Ittiologia italiana 31
— Lepidotteri italiani 32
— Imenotteri italiani 30
— Le sebre 53
Griffini E. Arabo parlato in Libia 6
Grioni U. Ciclista 13
Groppali A. Filosofia d. Diritto 24
Grossi M. Giacimenti minerali 3 27
Grove G. Geografia 26
Guaita L. Colori e la pittura . 14
Guardabassi G. Lignite e torba 33
Guareschi R. Fermentazioni . 24
— Inchiostri 30
Guarnerio P. E. Fonol. Romanza 25
Guastalla I. Privative govern. 43
Guasti C. Imitazione di Cristo . 30
Guelfi C. Vocabolario araldico . 52
Guetta P. Il canto 10
Guyon B. Grammatica slovena 28
— Grammatica serba 22
Haeder H. Macchine a vapore . 34
Hooker H. Botanica 9
Hubert I. C. Antich. pubbl. rom. 6
Hugues L. Esercizi geografici . 22
— Scoperte geografiche . . . 17
Imitazione di Cristo 30
Imperato F. Attress. delle navi 8
Inama V. Letteratura greca . 32
— Grammatica greca 28
— Filologia classica 2
— Antichità greche 6
— Teatro antico greco-romano 4
Ingria R. Fondazioni idrauliche 25
Issel A. Naturalista viaggiat. . 39
Issel R. Biologia marina. . . 9
Jacoangeli O. Triangol. topog. 51
Janet P. Elettricità industriale 24
Jasienski L. Restauratore dipinti 44
Jasigian S. Turco parlato . . 4
Jenkin F. Elettricità 21
Jevons F. B. L'idea di Dio nelle religioni primitive. 44
Jevons W. S. Economia polit.. 21
— Logica 24
Jona E. Cavi telegrafici . . . 11
Jones E. Calore (II) 10
— Luce e suono. 34
Jorio F. L'urina nella diagnosi 5 51
Kiepert R. Atlante geografico 8
— Esercizi geografici 22
Kopp W. Antich. priv. del rom. 6
Krohnke G. Tracciam. curve 18 50
Laing F. A. Letteratura inglese 32
Lacetti F. Fognatura biologica 25
La Leta B. M. Cosmografia. . 16
— Gnomonica. 28
Lanciani R. Le rovine d. Palatino 45
Landi D. Dis. di proiez. ortog. 19
Landi S. Tipografia (vol. I e II) 50
Lanfranco M. Frodi nei mis. elet. 35
Lange O. Letteratura tedesca . 33
Lanzoni P. Geografia commer. 26
Lari V. Manuale del veterinario 51
Larice R. Storia del commercio 15
Laureati F. Motrici ad esplos. 39
Laureti S. Zucchero e alcool . 53
Le Boucher G. Dis. francese . 20
Leoni B. Lavori in terra . . 31
Leotti A. Albanese parlato . . 4
Lepetit R. Tintore 50
Levi C. Fabbricati civ. di abit. 23
Levi C. Letteratura drammat.. 32
Levi I. Gramm. lingua ebraica 28
Levi-Malvano. Acciaio. . . . 3
Liberati A. Parrucchiere . . 41
Libraudi V. Gramm. albanese 28
Licciardelli G. Coniglicoltura .
— Il furetto 4

Liceò N. Protes. degli animali . 43
— Occultismo 40
Limone A. Metalli preziosi . . 37
Livy P. Ditteri italiani . . . 19
Livi L. Antropometria . . . 6
Locher C. Man. dell'organista . 40
Lockyer J. N. Astronomia . . 7
Lojacono N. Sughero e scorze . 49
Lombardini A. Anat. pittorica 5
Lombroso G. Grafologia . . . 28
Lomonaco A. Igiene della vista 30
Lo Piano G. Elettricità e calore 21
Loria G. Geometria descrittiva 27
— Poliedri curve e superfici . 42
— La scienza dell'antica Grecia 45
— Storia delle matematiche . 48
Loria L. Tracciamento curve 18 50
Loris. Diritto amministrativo . 18
— Diritto civile 18
Levera R. Gramm. greca mod. 28
— Grammatica rumena . . . 28
— Letteratura rumena . . . 33
Luxardo O. Merciologia . . . 37
Maccarone N. Latino volgare. . 31
Maddalena G. Tariffa dazi dog. 18
Maderna G. Prodotti ceramici. 43
Maffioli D. Diritti e dov. dei cit. 18
— Scritture d'affari 46
Maggi L. Protistologia . . . 43
— Tecnica protistologica. . . 49
Magnasco F. Lingua giapponese 33
— Lingua cinese parlata . . 33
Magrini E. Infortuni sul lavoro 30
— Abitazioni popolari 3
Magrini G. Limnologia . . . 33
— Oceanografia 40
Magrini G. Arte teen. di canto 10
— Musica 39
Magrini G. P. Elettromotori . 21
Malnardi G. Esattore 22
Malnoni R. Massaggio . . . 35
Malacrida G. Materia medica. 36
— L'arte di prescriv. i rimedi 45
Malagoli C. Ortoepia italiana . 41
Malatesta G. Cellulosa . . . 11
— Il Catrame 11
— Lignite e torba 33
Malavasi C. Ing. costrut. mecc. 31
— Turbine idrauliche 51
— Macchinista e fuochista . . 34
— 550 meccanismi 37
Malfatti B. Etnografia . . . 23
Mancini P. La rachitide . . . 43
Mancioli T. Malattie orecchio . 35
Manetti L. Man. del pescatore 41
— Caffettiere 9
— Salsamentario 45
— Droghiere 21
Manicardi C. Conser. prod. agr. 15
Manucci M. Moneta e monetaz. 38
Mannucci M. Pietre preziose . 42
Mantovani G. Psicolog. fisiol. . 43
Maometto. Il Corano 19
Marazza E. Stearineria . . . 47
Marcel C. Lingue straniere. . 34
Marchesi G. B. Gramm. italiana 28
Marchettane E. I prati . . . 42
Marchi E. Maiale (Il). . . . 34
Marchi G. Operaio elett. . . 40
Marcolongo R. Eq. d. corpi elast. 22
— Mecc. razionale 36
Mari G. Vocabolario italiano . 52
Mariani A. Geografia economica 26
Mariani E. Amm.ni comunali . 5
Mariani V. Cinematografia . . 13
Marro A. Correnti alternate 16-30
— Ingegnere elettricista. . . 31
Martini E. Cultura greca . . 17
Marucchi O. Epigrafia cristiana 22
Marzorati E. Codice perito mis. 13
Masetti A. Logismografia . . 34
— Ragioneria pubblica . . . 44
— Ragioneria industriale . . 44
— Ragioneria domestica . . . 44
Masini M. U. Assist. ammalati. 7
Masotti A. Il Mesotorio . . . 37
Massenz A. Lavorazione acciai 3
— Meccanico moderno. . . . 36
— Viti meccaniche 52
— Fonditore metalli 25
Massero F. Aggiust. mecc. . . 4
— Meccanica applicata . . . 36
Mattei C. Volapük (Dizion.) . 53
Maurantonio L. L'arsenico . . 7
Mazzocchi L. Calci e cementi . 10
— Codice del perito misuratore 13
Mazzoccolo E. Legge comunale 31
Medri. Analisi chimiche . . . 5
Melani A. Architettura italiana 6
— Arte decorativa 7
— Insegnamento - Disegno . . 19
— Pittura italiana 42
— Ornatista 40
— Scultura italiana 46
— Gli Stili 7
Melis-Marini F. Acquaforte . 3
Melli B. L'Eritrea 22
Menozzi. Alimentaz. bestiame. 4
Mercalli G. Geologia 27
Mercanti F. Animali parassiti . 5
Meyer E. Storia della Chimica 12
Meyer M. Colori e vernici . . 14
Meyer-Lübke G. Gram. storica 29
Mezzanotte C. Bonificazioni. . 9
— Municipalis. dei serv. pubbl. 39
Milliani E. Scacchi 45
Minardi A. Polizia sanitaria . 42
Minervini L. Terapia del cuore 17
Minozzi A. Fosfati 25
Minutilli G. Sciensa attuariale 45

Minutti R. Letteratura tedesca 33
— Traduttore tedesco 50
Minutti Mitologia tedesca . . 38
Miola F. Cont. imprese elettrotec. 16
Molina E. Antologia stenogr. 6 47
Molina E. Dizionario stenogr. 20 47
Molina. Curatore dei fallimenti 17
Molina R. Esplodenti 23
Molon G. Pomologia 42
— Ampelografia 5
Molon G. Le jucche 31
Mondini S. Produzione dei vini 43
— Costruz. enotecniche . . . 17
Mongeri L. Malattie mentali . 35
— Psicopatologia legale . . 43
Montagna A. Fotosmaltografia 25
Montelatici G. Letter. bizant. 32
Montemartini L. Fisiol. veget. 24
Morelli L. Man. del Casaro . 11
Moreschi N. Antichità private . 5
Morgagna A. Storia d. pedagog. 41
Morgana G. Gramm. olandese . 28
Morini U. Ufficiale (Man. p. l') 51
Morselli E. Sociol. generale . 47
Motta G. Telefono 49
Mottela F. Come si vince la tisi 50
Muffone G. Fotografia . . . 25
Müller L. Metrica Greci e Rom. 37
Müller O. Logaritmi 34
Murani O. Fisica 24
— Telegrafia senza fili . . . 49
Murari L. Ritmica 45
Musatti E. Leggende popolari . 32
Musa-Bey R. Lo zinco . . . 53
Muzio C. Medico pratico . . . 37
— Malattie dei paesi caldi . . 35
Mylius A. Oreficeria floreale 40
Naccari P. Astronomia nautica 7
Nallino A. Arabo parlato . . 6
Namias R. Fabbr. degli specchi 47
— Processi fotomeccanici . . 43
— Chimica fotografica . . . 12
— Chimico siderurgico. . . . 12
Nazari O. Dialetti italici. . . 13
Negri P. Oftalmojatria veter. . 40
Negrin C. Paga giornaliera . 41
Negro C. Meteorol. agricola . 37
Nenci T. Bachi da Seta . . . 8
Nicoli V. Alimentaz. bestiame 4
— Cooperative rurali . . . 16
— Costruzioni rurali 23
— Prontuario dell'agricoltore . 4
— Meccanica agraria 36
Nicoletti A. Stenografia (Guida) 47
— Esercizi di stenografia . . 47
Nicoletti D. Abbrevias. stenogr. 47
Noelli A. Prospettiva p. scult. 43
Nobile A. Il garofano 26
Noseda E. Legislaz. sanitaria . 32
— Lavoro delle donne e fanciulli 31
Noseda E. Codice ingegnere . 13
— Codice del lavoro 15
Oddone F. T. Lavori femminili 31
Olivari G. Filonauta 24
Olmo C. Diritto ecclesiastico . 18
Oppizzi P. Trazione ferroviaria 51
Oppizzi P. Ferrovie e tramvie 24
Orilia E. La madreperla . . 34
Orlandi G. Celerimensura . . 11
Orsi P. Storia d'Italia . . . 48
Ostwald W. Chimica analitica. 12
Ottavi O. Enologia 22
— Viticoltura. 52
Ottolenghi A. Canto gregoriano 10
Ottone G. Trazione a vapore . 51
Ovio G. Ottica di Euclide . . 41
Padovan A. Epigrafia italiana . 22
Padovani G. Letterat. francese 32
Pagani C. Assic. sulla vita . . 7
Paganini P. Fotogrammetria . 25
Palombi A. Manuale postale . 42
Palumbo R. Omero. 40
Panizza F. Aritmetica ragion. . 7
— Aritmetica pratica 7
— Esercizi Aritmetica rag. . . 7
Panizzon G. Analisi qualitativa 5
Paoletti S. Invenzioni utili . . 31
Paoloni P. Disegno assonom. . 19
Pappalardo A. Spiritismo . . 47
— Dizionario scienze occulte . 46
— Telepatia 49
Parise P. Ortofrenia 41
Parisi P. Lettaratura univers. . 33
Paroli E. Grammatica sved. . 29
Pascal T. Tintura della seta . 50
Pascal E. Calcolo differenziale 10
— Calcolo integrale 10
— Calcolo delle variazioni . . 10
— Determinanti 18
— Esercizi di calcolo 10
— Funzioni ellittiche 26
— Gruppi di trasformazioni. . 29
— Matematiche superiori . . 36
Pasini A. Sifilide 46
Pavanello F. A. Verbi latini . 51
Pavia A. Tattica applicata . . 49
Pavia L. Grammatica tedesca . 29
— Grammatica inglese . . . 28
— Grammatica spagnuola . . 29
Pavolini E. Buddismo. . . . 9
Pavone L. Man. del bottaio . 9
Payn G. Dizionario inglese . 20
Pecchiai P. Man. per gli archiv. 6
Pedicino N. Botanica 9
Pedretti G. Automobilista (L') . 8
— Guida d. mecc. Chauffeur . 12
— Chauffeur di sè stesso . . 12
Pedrini. Casa dell'avvenire. 11
— Città moderna 13
Peglion V. Fillossera 24

Pelizzaro E. Trasporti e tariffe 50
Pellerano L. Aut. cromista . . 8
Pellizza A. Chimica sost. color. 14
Penzig O. Flora delle Alpi . . 24
Perassi T. G. Sintassi latina . 46
Percossi R. Calligrafia . . . 10
Perdomini O. Corrisp. telefonica 16
Perdoni T. Idraulica . . . 29
Pesce P. A. Macelli moderni . 34
— Malattie dei cani 10
Pesce P. A. Malatti dei polli . 35
— Malattie degli animali utili. 35
Pestalozza U. Relig. primitive. 44
Peterlongo G. Man. del sarto . 45
Petri L. Computisteria agraria 15
Petzholdt. Bibliotecario . . . 9
Piazzoli E. Illuminaz. elettr. . 30
— Sovraten. negli imp. elettr. 47
Piccinelli F. Società per azioni 47
Piccinini P. Farmacoterapia . 24
Pieraccini A. Assist. dei pazzi 7
Pile M. Estetica 23
— Psicologia musicale. . . . 43
Pincherle S. Algebra element. 4
— Algebra (Esercizi) 4
— Algebra complementare . . 4
— Geometria (Esercizi) . . . 27
— Geom. metrica e trigometria 27
— Geometria pura 27
Pinchetti P. Tessitore . . . 50
— Compositore di tessuti . . 50
Pini P. Epilessia 22
Pinza G. Paleoetnologia 41
Piombo A. E. Telaio meccanico 49
Pisani A. Mandolinista . . . 35
— Chitarra 13
Pizzamiglio G. Costrus. metall. 17
Pizzi L. Letteratura persiana . 33
— Islamismo 31
— Letteratura araba 32
Pizzini L. Disinfezione . . . 19
— Microbiologia 37
Plassio E. Il cammello . . . 10
Plebani B. Arte della memoria 7
Polacco L. Divina Commedia . 19
Polcari E. Grammatica storica 29
— Verbi italiani 51
Ponci P. Tessitura seta . . . 50
Porro F. Spettroscopio . . . 47
— Gravitasione 29
Porro-Lambertenghi G. Il tennis 49
Portal E. Letterat. provensale 33
— Antologia provensale . . . 6
— Grammatica provensale . . 28
Portiglietti C. Psicoterapia . 43
Pozzi G. Regolo calcolatore . 44
Prat G. Grammatica francese . 28
— Esercizi di traduzione . . 23
— Lectures françaises . . . 31
Prato G. Cognac 14
Prato G. Vini bianchi 52
Prato M. Industria tintoria . . 30
Proctor R. A. Spettroscopio . 47
Prevasi A. Filatura della seta. 24
Prout E. Strumentazione . . 48
Pucci A. Frutta minori . . . 26
— Piante e fiori 41
Pucci A. Orchidee 40
— Il giardiniere I e II . . . 27
Pucci C. Il maiale 34
Pugliese A., Fieni italiani . . 24
Pullè F. Congelamenti . . . 15
Quaio E. Calcoli fatti . . . 10
Quaranta V Sintassi greca . 46
Quintavalle F. Risorg. italiano 45
Rabbeno A. Messeria 37
— Ipoteche (Manuale per le) . 31
— Consorsi di difesa del suolo 15
Raccioppi F. Ordinamento degli Stati liberi d'Europa . . . 40
— Ord. Stati fuori Europa . . 40
Ragazzi M. Igiene della scuola 29
Ragno S. Saldature dei metalli 45
Raina M. Logaritmi 34
Ramenzoni L. Cappellaio . . 11
Ramorino F. Letterat. romana 33
— Mitologia (Dizionario di). . 33
— Mitologia classica illustrata. 33
Rampini R. Pompiere moderno 42
Ranelletti C. Geom. descrittiva 26
— Applicaz. di geom. descrittiva 26
Ranzoli C. Dision. scienze filos. 20
Rasio S. La Birra 9
Re O. Cinematografo 13
Rebuschini C. Malattie sangue 35
— Organoterapia 40
— Sieroterapia 46
Regazzoni J. Paleoetnologia . 41
Reggiani E. La produz. del latte 31
Reina V. Teoria strum. diottrici 48
Repossi A. Igiene scolastica . 29
Revel A. Letteratura ebraica . 32
Revelli P. Manuale coloniale . 14
Revere G. Matt. e pietre sabbia 36
— I laterizi 31
Ribolla R. Il medico a bordo . 37
Ricci A. Marmista 35
Ricci E. Chimica 12
Ricci S. Epigrafia latina . . . 12
— Archeologia Arte etr., greca, 6
— Monete greche 38
Ricci V. Strumentazione . . 48
— Pianista 41
Ricciarelli V. Oftalmojatria . 40
Righetti E. Asfalto 7
Righini E. Pino da pinoli . . 42
Rigutini G. Dis. inglese-italiano 20
Rizzi G. Man. del Capomastro 11
Rizzini E. Colori e vernici . . 14
Rivelli A. Stereometria . . . 47

Reatta G. B. L'elioterapia med. 21
Recca G. Assicurazione . . . 7
Reda Flli. Floricoltura . . . 24
Redari D. Sintassi francese . 46
— Esercizi sintattici 23
Redella A. Diabete mellito . . 18
Remagnoli F. Scoutismo . . . 46
Remanelli-M. G. Trine al fuselo 51
Remanelli U. Acetilene . . . 3
Renchetti G. Pittura per dilett. 42
— Pittura murale 42
— Grammat. di diseg. . . . 19
— L'arte di dipingere s. stoffe 49
— Composizione delle tinte. . 15
Rescee H. E. Chimica 12
Ressette V. Storia Arte Milit. 48
— Avarie e sinistri marittimi . 8
Ressi A. Liquorista 34
— Profumerie 43
Ressi C. Costruttore navale . 17
Ressi G. E. L'arte dell'arazzo . 6
Ressi G. Statmografia 47
Ressetti M. A. Form. di matem. 25
Reta G. Ragioneria cooperat. . 44
Renx C. Man. del Veterinario . 51
Revetta R. Pastificio 41
— Pomodoro 42
Rnata G. Igienista 30
Rumor C. Riscaldamento . . 45
Sacerdote G. Disionario tedesco 20
Saccheri P. G. L'Euclide emen. 23
Sacchetti G. Tecnologia monet. 49
Sacchiero G. Vigile urbano . 52
Sala A. Balbuzie (Cura delle) . 8
Salvagni G. Fig. grammaticali 24
Salvaneschi N. Sports invernali 47
Salvatore A. Leggi infort. lav. 32
Samarani F. Birra 9
Sanarelli. Igiene del lavoro . 29
Sandri C. Canali in terra e mur. 10
Sandrinelli G. Resistens. mator. 44
Sannine F. A. Cognac . . . 14
Sansoni F. Cristallografia . . 17
Santilli. Selvicoltura 46
Sanvisenti B. Letterat. spagn. 33
Sardi E. Espropriazioni . . . 23
Sartori L. Carta (Industr. della) 11
Sassi L. Carte fotografiche . . 11
— Ricettario fotografico . . . 44
— Proiezioni (Le) 43
— Fotografia a colori 25
— Fotocromotografia 25
— Fotografia senza obbiettivo . 25
— Primi passi in fotografia . 25
Saulle I. Dattilografia . . . 18
Savela U. Metallografia . . . 37
Savergnan M. A. Piante tessili 42
Scanferla G. Stamp. a caldo . 47
Scansetti V. Saponi 45
— Candele (l'indus. d.) . . . 10
Scarano L. Dantologia 18
Scarpis H. Teoria dei numeri . 48
Scartazzini G. A. Dantologia . 18
Schenck E. Resis. travi metall. 44
Schiaparelli G. V. L'astronomia 8
Schincaglia J. La Röntg n tec. 45
Scialhub G. Gramm. Italo- . . 28
Scolari C. Disionario alpino . 19
Secco-Suardo. Ristan. dipinti . 44
Seghieri A. Scacchi 45
Seguenza L. Il geol. in camp. 26
Sella A. Fisica cristallografica 24
senna A. Le farfalle 22
Serafini A. Pneumonite crupale 52
Sergi S. L'antropologia . . . 6
Serina L. Testamenti 50
Sernagiotte R. Enol. domestica 22
Sessa G. Dottrina popolare . . 21
Setti A. Man. del Giurato . . 27
Settimi L. Caoutchouc . . . 10
— Gomme, resine, ecc. . . . 28
Severi A. Monogrammi . . . 38
Signa A. Barbab. da succhero 8
Siber-Millet C. Molini e macin. 38
Silva B. Tisici e sanatori . . 50
Simari F. R. Olivicoltura . . 40
Sisto A. Diritto marittimo . . 19
Soldani G. Agronom. moderna 4
Solerie G. P. Rivolus. francese 45
Soli G. Didattica 18
Soresina A. Monogr. moderni 38
Spagnotti P. Verbi greci . . 51
Spampani G. Cultura montana 15
Spataro D. Fognat. cittadina . 25
Sperandeo P. G. Lingua russa 33
Stanga I. Suinicoltura . . . 49
Steechi R. Chirurgia operator. 13
Stöffler E. Matt. e pietre sabb. 36
Steppani A. Geografia fisica . 26
— Geologia 27
— Prealpi bergamasche . . . 43
Steppate L. Fonologia italiana 25
Straffarello G. Alimentazione . 4
— Errori e pregiudizi . . . 22
— Letteratura americana . . 32
Straticò A. Letteratura alban. 32
Strebino G. Apparecch. d. tessuti 6
Strehmenger H. Riscaldamento 45
Stracchi A. Cantiniere . . . 10
— Enologia 22
— I migliori vini d'Italia . . 52
— Viticoltura 52
— Man. del bottaio 9
— Vini bianchi 52
Supine F. Idrobiologia . . . 29
— Piscicoltura pratica . . . 42
Supine R. Chimica clinica . . 12
Suzzi A. Lawn-Tennis . . . 31
Tabanelli L. Codice del teatro 13
Taccani A. Zucchero (Fabbr. di.) 5

Tacchinardi A. Ritmica music. 45
— Acustica music. 4
Tacchini A. Metrologia . . . 37
Taddei P. Archivista 6
Tajani F. Le strade f. in Italia 43
Tamaro D. Frutticoltura . . . 26
— Gelsicoltura 26
— Orticoltura 41
— Uve da tavola 51
Tami F. Nautica stimata . . 39
Tampellini G. Zootecnia . . . 53
Taramelli A. Prealpi bergam. 43
Teloni B. Letteratura assira . 32
Testi F. Epidemie esotiche . . 22
Thompson H. M. Paleografia . 41
Thomsen L. Elett. e materia . 8
Tiburzi A. Forno elettrico . . 25
Tioli L. Acque minerali e cure 5
Tiscornia G. Smacchiatura . . . 46
Tognini A. Anatomia vegetale 5
Tognoli E. Reattivi e reazioni 44
Tolesani D. Enimmistica. . . . 22
Tomellini L. Polizia giudiziar. 42
Tommasi M. R. Conv. Volapük 53
Tonelli L. Il Selfacting . . . 46
Toniazzo C. Stati ant. (Grecia) 47
Tonta I. Raggi Röntgen . . . 44
Tonzig C. Igienista 30
Tozer H. L. Geografia classica. 26
Trabalza C. Inseg. dell'italiano 31
Trambusti A. Igiene del lavoro 29
Treadwell F. P. Tab. anal. qual. 5
Trespioli G. Usi mercantili . . 51
— Scienze giuridiche 46
Trevisani G. Pollicoltura . . 42
Tribolati F. Araldica (Gramm.) 6
Tricomi E. Medicat antisettica 37
Tringali S. Enciclopedia legale 20
Trivero C. Classific. di scienze 13
— Dizionario di comuni . . . 19
— Località abitate n. col. ital. 14
Trombetta E. Medic. legale mil. 37
— Medicina d'urgenza. . . . 37
Trepea C. Coltivaz. del cotone 17
Tuccari F. Fotominiatura. . . . 25
Ulivi P. Industria frigorifera . 30
Untersteiner A. Storia musica 43
— Violino e violinisti 32
Untersteiner L. Uccelli canori 51
Vacchelli G. Calcestruzzo . . 10
Valenti A. Aromatici e nervini 7
Valentini C. Sistemaz. torrenti 46
Valentini N. Chimica legale . 12
Valletti F. Ginnastica femmin. 27
— Ginnastica (Storia della). . 27
Valmaggi R. Grammatica latina 28
Valtorta M. Tubercolosi . . . 51
Vanbianchi C. Autografi . . . 8
Vandoni C. Anfibi d'Italia . . 5
— Rettili d'Italia 44
Vanghetti G. Membra artificiali 37
Vecchio A. Cane (Il) 10
Veglio A. Livellazione . . . 34
Vender V. Acido solforico ecc. 3
Venturoli G. Concia pelli . . 15
Venturoli G. Conserve alimenti. 15
Verma E. Industria dello smalto 46
Viappiani A. Idraulica fluviale 29
Vidari E. Diritto commerciale. 18
— Mandato commerciale . . . 35
Vidari G. Etica 23
— Pedagogia 41
Videni G. Assistenza ammalati 7
Villani F. Distillaz. del legno. 19
— Soda caustica 47
Vinassa P. Paleontologia . . 41
— Mineral. generale . . . 38
— Mineral. descrittiva . . . 38
Viola C. Cristallografia . . . 17
Virgilli P. Cooperazione . . . 16
— Economia matematica . . 21
— Statistica 47
Vita E. Legislazione agraria . 32
Viterbo E. Grammatica Galla . 28
Vitta C. Giustizia amministr. . 23
Vivanti G. Funzioni analitiche 26
— Funzioni poliedriche . . . 26
— Comp. matematica 36
— Equazioni integrali 22
Vivarelli G. Prontuario legisl. 43
— Il capomastro. 11
Viviani C. Uovo di gallina . . 51
Vocab. Hoepli d. lingua ital. . 52
Vocabolario tecnico illustrato . 52
Voigt W. Fisica cristallografica 24
Voinovich. Grammatica russa . 28
Volpini C. Cavallo 11
— Arte di guidare i cavalli. . 11
— Proverbi sul cavallo . . 11 43
— Il maniscalco 35
Webber E. Macchine a vapore 34
— Dizionario tecnico 20
Werth F. Galvanizzazione . . 26
— Galvanoplastica 26
Wessely J. Dis. inglese-italiano 20
Will. Tav. analit. (v. Chimica) 12
Wittgens. Antichità romane . 6
Wolf B. Malattie crittogam. . 38
Zambelli A. Volapük 53
Zambler A. Medicat. antisettic. 37
Zampini G. Bibbia (Man. della) 9
— Imitazione di Cristo . . . 30
— Il vangelo 51
— San Giovanni — San Paolo 45
Zanghieri. Fotografia turistica 25
Zeni E. Idraulica 29
Zigauy-Apard. Lett ungherese 33
Zoppetti V. Siderurgia . . . 46
Zubiani A. Tisici e sanatori . 5
Zucca A. Acrobatica e atletica 3

Digitized by Google